

**Mérnökgeodéziában alkalmazott  
alapponthálózatok**  
**A jó gyakorlat bemutatása mintapéldákkal**





**Magyar Mérnöki Kamara  
Kiadványsorozata 25.**

**Mérnökgeodéziában alkalmazott alapponthálózatok  
A jó gyakorlat bemutatása mintapéldákkal**

**MMK FAP azonosító:  
FAP-2018/105-GGT**

**Budapest, 2018. október**

A sorozat szerkesztője:  
**NAGY GYULA**  
a Magyar Mérnöki Kamara elnöke

Készült a Magyar Mérnöki Kamara Geodéziai és Geoinformatikai Tagozatának gondozásában, a 2018. évi Feladat Alapú Pályázatok pénzügyi keretéből.

A kiadvány a Magyar Mérnöki Kamara tulajdona. Másolása, teljes terjedelmében való közzététele csak a Kamara engedélyével lehetséges. Minden jog fenntartva.

*Szerzők:*

**Dr. Takács Bence**  
**Dr. Siki Zoltán**  
**Dr. Égető Csaba**  
**Bényi László**

*Lektorálta:*

**Dr. Busics György**

Kiadó:

Magyar Mérnöki Kamara  
1094 Budapest, Angyal u. 1-3.  
[info@mmk.hu](mailto:info@mmk.hu), [www.mmk.hu](http://www.mmk.hu)

# TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés.....	7
<b>1. Általános ismeretek .....</b>	<b>9</b>
1.1. Felmérési alapponthálózatok .....	9
1.1.1. A vetületi torzulások kezelése, hatása.....	9
1.1.2. Magasságmeghatározás: GNSS vs. Szintezés.....	12
1.2. Az alappontok megjelölése .....	13
1.3. Kitűzési, mozgásvizsgálati hálózatok ( <i>tervezése</i> ).....	15
1.3.1. Kitűzési/építési hálózat tervezése és fenntartása .....	16
1.3.2. Mozdásvizsgálati hálózat tervezése.....	17
1.4. Alkalmazott mérőeszközök .....	17
1.4.1. Önellenőrzés.....	18
1.4.2. Kalibrálás .....	19
1.4.3. Gyári pontosság.....	19
1.4.4. Ismétlésszám, hibaterjedés.....	19
1.5. Meteorológiai korrekció .....	20
<b>2. Kiegyenlítés.....</b>	<b>21</b>
2.1. A priori középhibák, súlyozás .....	21
2.2. Előzetes koordináták .....	24
2.3. A kiegyenlítés paraméterezése .....	24
2.4. A kiegyenlítés végrehajtása.....	27
2.4.1. Szabad vagy beillesztett hálózatok.....	29
2.4.2. 2D + 1D kiegyenlítés vagy 3D kiegyenlítés? .....	30
2.4.3. Durvahiba szűrés.....	31
2.5. A kiegyenlítés eredményeinek értelmezése .....	32
<b>3. Példák mérnökgeodéziai hálózatokra .....</b>	<b>43</b>
3.1. Felmérési hálózat szintezéssel.....	43
3.2. Szintezési hálózat kiegyenlítése .....	50
3.3. Szabatos, négy pontos hálózat pilléreken .....	53
3.4. Vonalas létesítmény felmérésének hálózata.....	57
3.5. Fejlesztési terület felmérési hálózata .....	59

3.6.	Irodaház építési hálózata.....	60
3.6.1.	Vízszintes hálózat.....	60
3.6.2.	Trigonometriai magassági hálózat .....	65
3.7.	Híd-felújításhoz kialakított négy pontos hálózat.....	67
<b>Ajánlott irodalom .....</b>		<b>70</b>
<b>Mellékletek .....</b>		<b>71</b>
M1	Szintezési műszer kalibrálási jegyzőkönyv .....	71
M2.1	Mérőállomás kalibrálási jegyzőkönyv .....	73
M2.2	Mérőállomás kalibrálási jegyzőkönyv .....	79
M3	Adatállományok összefoglaló listája .....	81

Ez a dokumentum a Magyar Mérnöki Kamara Feladatalapú Pályázatának keretében készült el. Az összeállítás célja, hogy a gyakorló mérnökök, geodéziai tervezők számára segítséget nyújtson a mérnökgeodéziai hálózatok kialakításában, meghatározásában és kiegyenlítésében. Jelen dokumentum a teljesség igénye nélkül, mintapéldákon keresztül mutatja be a jó gyakorlatot.

A mérések feldolgozása során csupa nyílt forráskódú szoftvert használtunk, így az olvasó is megismételheti, kiszámíthatja a hálózatkiegyenlítéseket szoftverköltiségek nélkül. A kollégáknak csak telepíteniük kell a GeoEasy programot, melyet letölthetnek a [http://digikom.hu/szoftver/geo\\_easy.html](http://digikom.hu/szoftver/geo_easy.html) oldalról. A telepítés során a gépükre felkerül a GNU Gama program (lásd: <https://www.gnu.org/software/gama>) is, amely a kiegyenlítés számítását végzi. Jelen dokumentum nem tartalmazza a felhasznált szoftverek részletes leírását, azokat a megadott honlapokon találják meg.

Ma egy gyakorló földmérőmérnöknek nem az a feladata, hogy felírja az egyenletrendszer, invertálja a mátrixot, hanem az, hogy előkészítse az adatokat a kiegyenlítő programnak, és ami még fontosabb, hogy az onnan kijövő eredményeket értelmezze, a problémákat feltárja.

A leggondosabb munka esetén is előfordulhatnak durva hibák a méréseink között, melyek a kiegyenlítés eredményeit torzítják. Durvahiba alatt itt nem azt értjük, hogy deciméterekre vagy percekre hibás mérési eredményeink vannak (ezeket inkább szarvashibáknak nevezhetjük). Itt azokról a kis hibákról van szó, melyeket nem feltétlenül veszünk észre a kiegyenlítés eredményeit böngészve, de az eredményeket torzítják. A durva hibák statisztikai módszerekkel kimutathatók. Ezen statisztikai módszerek alkalmazásának feltétele, hogy megfelelő számú fölös mérésünk legyen.

A mérnökgeodéziai hálózatokkal és a jó gyakorlattal kapcsolatos ismereteket három fejezetben foglaljuk össze. Az első fejezetben általános áttekintést adunk a hálózatok kialakításával és az alkalmazott eszközökkel kapcsolatban. A második fejezet a kiegyenlítésre koncentrál, illetve a kiegyenlítés eredményeinek értelmezésében segít. Végül a harmadik fejezetben korábbi munkáink során meghatározott mérnökgeodéziai hálózatokon keresztül mutatjuk be a gyakorlati alkalmazást.

Jelen dokumentum nem törekszik arra, hogy teljeskörűen, tankönyvszerűen dolgozza fel a témakört. A felhasznált irodalmak között találhat az olvasó további forrásokat.





## 1. Általános ismeretek

---

### 1.1. Felmérési alapponthálózatok

---

A felmérési alaphálózatokban jellemzően az EOVS vetületi síkon értelmezett koordinátákat használunk. A tervezési területre eső országos alappontokat felhasználjuk, illetve GNSS-technológiával létesítünk új alappontokat.

A GNSS-technikával végzett magasságmeghatározás pontossága jelenleg elmarad a vízszintes koordináták meghatározási pontosságától. Amíg a felmérési munkák jelentős részénél a GNSS-technika biztosította vízszintes koordináta-meghatározás jellemzően 1-2 cm-es pontossága megfelelő, addig a magasságmérésre jellemző 1-5 cm-es (vagy akár ezt meghaladó) pontossági mérőszámok sokszor nem elégítik ki az igényeket. Gondoljunk pl. az aszfaltburkolatok, csatornavezetékek felmérésére. A pontosabb magasságmérésekhez mindenképpen célszerű a felmérendő területre vagy annak közvetlen közelébe eső állami magassági alappontokat felkeresni, azonosítani és a mérésekbe bevonni. Az állami magassági alappontok használata biztosítja, hogy a különböző időpontban, különböző szervezetek által végzett felmérések és kitűzések egymáshoz geometriai értelemben illeszkedjenek.

Az állami alappontok átnézeti térképe, illetve koordináták és magasságok nélküli pontleírása on-line, ingyenes felületen böngészhető. Ugyanezen a felületen térítés ellenében a koordinátákkal és magasságokkal kiegészített pontleírások megvásárolhatók.

A GNSS-technikával végzett alap- és részletpont meghatározás főbb szabályait jelenleg a 15/2013. (III. 11.) VM rendelet tartalmazza. A jogszabályok betartása mindenkre nézve kötelező.

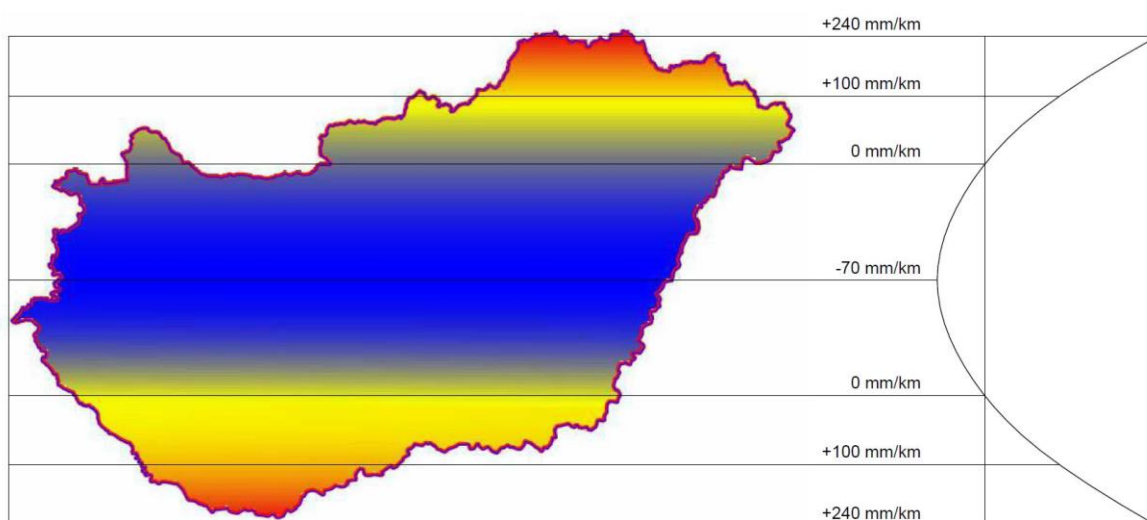
#### 1.1.1. A vetületi torzulások kezelése, hatása

---

A mérnöki gyakorlatban időnként EOVS vetületen, időnként vetület nélküli helyi rendszerben, időnként egyszerre mindkét rendszerben kell dolgoznunk. Jó példa erre egy híd építése, a híd szerkezeti elemeinek kitűzése, bemérése célszerűen vetületi torzulástól mentes helyi rendszerben történik, ugyanakkor a hídon átmenő út vagy vasút tengelyének kitűzése pedig jellemzően EOVS vetületi koordinátákkal történik.

Speciális esetekben előfordulhat más vetületi rendszerek alkalmazása is, pl. a budapesti 4-es metró alagútépítése budapesti önálló sztereografikus vetületi koordinátákkal történt, a vetületi torzulások minimalizálása érdekében és alkalmazkodva a korábbi építési periódusok vetületéhez.

Jól ismert, hogy a Föld közelítően gömb alakja csak torzulások árán fejthető síkba. A Föld alakját jól közelítő gömbről vagy forgási ellipszoidról a térkép síkjára történő áttérés matematikai és geometriai összefüggéseivel a vetülettan tudománya foglalkozik. A geodéziában mindig is törekedtek a szögtartó vetületek alkalmazására, illetve az elkerülhetetlen hossztorzulások minimalizálására. Magyarországon az EOVS vetület esetén a legnagyobb hossztorzulás értéke 260 mm/km. A vetület redukált elhelyezéséből adódóan vannak pozitív és negatív előjelű hossztorzulások egyaránt (1.1 ábra). Az EOVS vetületi hossztorzulás értéke az északi koordináta (x koordináta) függvénye.



1.1. ábra EOVS hossztorzulások

Az ország területének 90 százalékán a vetületi hossztorzulás abszolút értéke 1/10 000 alatt marad, vagyis kilométerenként 100 mm alatti.

A gyakorlatban a vetületi hossztorzulások többféleképpen is kezelhetők. Amennyiben a mért távolságokat az EOVS (vagy más) vetületre kell vetíteni, először a mért (ferde) távolságok vízszintes vetületét számítjuk, utána a tengerszint feletti magasság függvényében az alapfelületre redukáljuk, majd a vetületi hossztorzulás figyelembe vételével a vetületi síkra. Mindezt elvégeztethetjük magával a mérőműszerrel is, megfelelő méretaránytényező (vagy szorzóállandó) beállításával és természetesen elvégezhetjük utófeldolgozás esetén is. A mintapéldában használt feldolgozó szoftverben az alapfelületi redukciót és a vetületi méretaránytényezőt is be kell állítani.

EOV X koordináta:

Tengerszint feletti magasság:

Alapfelületi redukció [mm/km]:

Lineármódulus [mm/km]:

A kettő együtt [mm/km]:

1.2. ábra EOV vetületi redukció és tengerszintre redukálás

Az alapfelületi redukció és a vetületi hossztorzulás értéke képletek alapján számítható. A BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék honlapján található egy on-line kalkulátor (1.2 ábra), a tengerszint feletti magasság és az EOV x koordináta közelítő értékének megadása után a kalkulátor kiszámolja az alapfelületi redukció, illetve a vetületi hossztorzulás értékét is.

The screenshot shows the 'Job Tulajdonságok: FSG' (Job Properties: FSG) window. It contains several input fields for surveying data and reduction parameters. The 'Méterarány' (Scale) is set to 1.000000000000. The 'Külpont' (Offset) is 0.0000 m. The 'Térkép projekt ppm' (Map project ppm) is 0.0. The 'Terepi magasság' (Ground height) is 300.0000 m. The 'Magassági ppm' (Height ppm) is -47.0. The 'Felhasználói ppm' (User ppm) is -50.0. The 'Geometria ppm' (Geometry ppm) is -97.0. At the bottom, the horizontal and vertical angles are displayed: Hz: 29°43'49.1" and V: 87°43'36.3". The interface also includes a toolbar with various icons and a status bar at the bottom with buttons for 'Tárol' (Save), 'Adat..' (Data..), and 'Oldal' (Page).

1.3. ábra Leica TS15i: tengerszinti (alapfelületi) redukció és vetületi redukció összevont beállítása szorzóállandóként

Vannak műszerek, amelyeknél csak méretaránytényező (m) adható meg, a méretaránytényező számítása a ppm értékből:

$$m = 1 + \frac{ppm}{1000000} \quad (1.1)$$

Továbbá a ppm érték számítása méretaránytényezőtől:

$$ppm = (m - 1) \cdot 1000000 \quad (1.2)$$

A példabeli  $-97 \text{ mm/km ppm}$  érték  $m=0.999903$  méretaránytényezőnek felelne meg. Ez azt jelenti, hogy egy mért  $1000$  méteres vízszintes távolságot  $999.903$  méter vetületi távolságnak vesz a műszer a számításnál.

Mint azt a fejezet elején említettük, gyakran előfordul, hogy egyetlen munkaterületen belül kell dolgoznunk EOVB-ben és vetület nélküli rendszerben is. Erre szolgál megoldásként, ha a helyi hálózatunk pontjait az EOVB-hoz illesztett, ún. „kvázi” EOVB rendszerben határozzuk meg. Ez esetben a koordináták vetületi tartalommal nem rendelkeznek, ugyanakkor a valós EOVB koordinátáktól csak kis (munkaterülettől függően néhány cm-es) mértékben térnek el. Így például egy főút építésénél a műtárgyak helyi hálózata az út- és vízepítési munkákhoz készített, EOVB-ban meghatározott építési hálózathoz illeszkedik, ugyanakkor a hídépítés megkövetelte pontosságú szerkezeti kitűzések, minősítések, ellenőrzések közvetlenül, redukciók számítása nélkül végezhetők.

### **1.1.2. Magasságmeghatározás: GNSS vs. Szintezés**

---

Újból és újból felmerül a GNSS-technikával történő magasságmérés pontossága. A kérdés úgy merül fel a gyakorlatban, hogy szükség van-e magassági alappontok használatára, vagy ezek helyett használhatjuk-e kizárólag a GNSS-technikát? Nos, a mérnöki gyakorlatban a jellemzően RTK technikával végzett magasságmeghatározás pontossága több centiméterre becsülhető. Utófeldolgozás esetén sem lényegesen kedvezőbb a helyzet. A gyengébb magassági pontosság okai között említhető a pillanatnyi GNSS mérést terhelő légköri hibák nem megfelelő modellezése és a transzformáció problémája (utóbbira példa a VITEL2009 és VITEL2014 különbözősége). Megemlítjük, hogy hosszú ideig tartó, speciális eszközökkel (pl. egyedileg kalibrált geodéziai antennákkal) végzett mérések tudományos feldolgozó szoftverrel (pl. Bernese) végzett kiértékelése során elérhető a cm alatti pontosság is, de a mérnöki gyakorlatban ez nem hatékony. A napi gyakorlatban alkalmazott műszerünk pontosságáról könnyen meggyőződhetünk, ha ugyanazt a pontot ismételten, legalább néhány 10 perc elteltével (vagy más napokon) új pontraállást és új inicializálást követően újra meghatározzuk. Tapasztalataink alapján akár hálózati RTK, akár egybázisos RTK-t alkalmazunk, az ismételt meghatározások közötti ellentmondások több centiméter nagyságúak, még a GNSS-technika számára kedvező mérési körülmények között is. Minderről részletesen szól a MMK kötelező továbbképzési programjában szereplő előadás. Amennyiben a feladat szempontjából néhány cm pontos magasságok elegendőek, a mérnökgeodéziában pl. egyes felmérési alaphálózatok esetén, akkor alkalmazható a GNSS-technika. Minden más esetben optikai szintezést vagy trigonometriai magasságmérést javaslunk.

## 1.2. Az alappontok megjelölése

Az alappontok állandósítási módját alapvetően két szempont szem előtt tartásával célszerű megválasztani: egyrészt a célnak megfelelő, ugyanakkor gazdaságos megoldás kell legyen. Más az elvárás egy felmérési hálózat alappontjával és más egy építési/kitűzési hálózati ponttal szemben. Utóbbiaknál sem mindegy, hogy például útépítés, vagy műtárgyépítés geodéziai tevékenységeinek alapjául kell majd szolgálgjon.

Felmérési alapponthálózat pontjainak megjelölésére városi környezetben, burkolatban a különböző acélszegek (pl. hilti szegek), csapszegek (Mérési-pont vagy Mess-punkt felirattal), építményeken, oszlopokon pedig a felületre ragasztott fóliák a leginkább jellemző példák. Megjegyezzük, hogy a falba (oszlopra) rögzített pontjelek vége lehet Wild-csúcs kialakítású is, ami a Wild (Leica) típusú prizmák szabatos elhelyezését és forgatását teszi lehetővé. Ha nem szükséges a pontok hosszabb távú fennmaradása, akkor alkoholos filctollakkal készített jelölés is megfelelő lehet. Nem beépített környezetben a keresztvéséses vagy furatos fémcsappal ellátott kő, illetve az ún. Feno pontjel (1.3 ábra), esetleg keményfa cövek lehet alkalmas. Mivel napjainkban jellemzően ezek vízszintes és magassági alappontok is egyben, fontos, hogy az a ponthely, melyre a koordináták és magasságok vonatkoznak, egyértelműen azonosítható legyen és a különböző mérőeszközök egymástól eltérő kialakítása (pl. prizmat, szintezőléc) se lehessen hiba forrása.



1.4. ábra Feno fémcső és kőfej

Nagyon fontos, hogy a felmérési hálózat és az építési hálózat egységes rendszert alkosson. Ezzel biztosítható ugyanis a tervezés és a kivitelezés megfelelő geometriai összhangja. A két hálózat kapcsolata akkor biztosítható, ha az építési hálózat méréseibe a felmérési hálózat pontjait is bevonják. Gyakran az építési hálózat mérésére a felmérési munkák után csak évekkel később kerül sor. Ebből a szempontból is lényeges a felmérési hálózat pontjainak vagy azok egy részének állandó jellegű megjelölése.

Fontos továbbá a felmérési hálózat dokumentálása, pl. a pontok évekkel későbbi azonosítása érdekében célszerű pontleírásokat, fényképeket készíteni.

Az építési alapponthálózat pontjaival szemben mozdulatlanságuk a legfőbb elvárás a kivitelezés időtartama alatt. A felmérési alappontoknál felsorolt jelölések közül erre a célra is megfelelnek a szegek, csapszegek, mérőfóliák. Bizonyos helyzetekben mérőpilléreket építenek, amelyek felső síkjába a műszer központos elhelyezését lehetővé tevő csavart építenek. A mérőpillérekben furatos rézcsap is jelölheti az alappontokat. Egyes esetekben a mérőpillérek oldalsó síkjába szintezési csapot vagy csapokat is elhelyeznek. Jellemzően útépitési munkáknál még ma is használnak vasbeton „köveket” (betonhasábokat), amelyeket mindenképpen fagyhatárnál mélyebbre, azaz legalább 90 cm-re kell leásni. Lehetséges (és a gyakorlatban alkalmazott megoldás) fúrt lyukat monolit betonnal kitölteni és abban elhelyezni pontjeleket. Viszonylag gyakori, hogy mozgásmentesnek tekinthető építményekbe dübeleket (1.5 ábra) rögzítenek, ehhez a mérés idejére csatlakoztatnak mérőjeleket, például prizmákat, amelyek a mérés végén leszerelhetők. A Feno-pontjel építési alaphálózati pontnak nem javasolt.



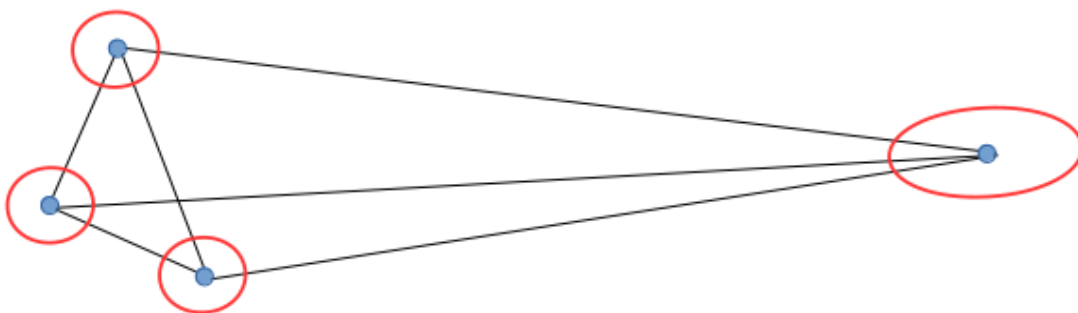
1.5. ábra Dübelek

Egy alaphálózat pontjai természetesen a helyi adottságoknak megfelelően különböző kialakításúak is lehetnek, de amennyire lehet, törekedni kell a homogenításra a pontjelölés terén is.

Az állandósítás mellett röviden megemlíjtük a pontvédelem és a pont-azonosító (pontszám) feltüntetésének fontosságát. Előbbit értelemszerűen elsősorban az építési környezetben lévő, földbe ásott vagy fúrt pontok esetén nem lehet elhanyagolni: ez lehet kútgyűrű, betonoszlop, tripód, de elhelyezésükkor ügyelni kell arra, hogy a pont mérését, használhatóságát ne akadályozzák. A pont azonosítóját – indokolt eseteket nem számítva – fel kell tüntetni.

### 1.3. Kitűzési, mozgásvizsgálati hálózatok (tervezése)

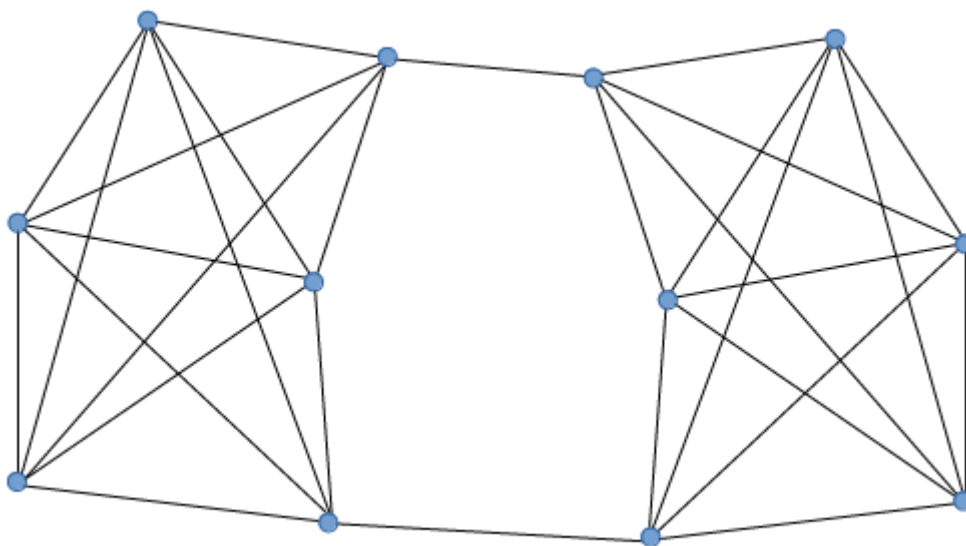
A hálózatkiegyenlítés, a legkisebb négyzetek módszere nem csodafegyver, a fölősmérések nélküli és a nem megfelelő geometriával bíró hálózatokon nem tud segíteni. A hálózat mérése során ne csak a szomszédos pontokat, hanem távolabbi pontokat is mérjünk össze. Ez sokat merevít a hálózaton és a terepmunkát csak kis mértékben növeli meg. Általában ez a plusz terepmunka bőven megtérül a nagyobb megbízhatóságú, homogénebb alappontok használatánál. Kerüljük a nagyon hegyes (30 foknál kisebb) és a nagyon tompa (150 foknál nagyobb) szögeket az irányok között. Az 1.6 ábrán látható elrendezés esetén a hegyes szögben találkozó irányoknál várhatóan elnyújtott hibaellipszisz alakul ki. Egy vízszintes hálózatban a célunk, hogy egyforma méretű, minél inkább kör alakú hibaellipszisek alakuljanak ki. Erre a kiegyenlítés fejezetben visszatérünk.



1.6. ábra Kedvezőtlen geometria hatása

A fölősméréseket egyenletesen osszuk el a hálózaton, ne legyenek agyonmért és fölősmérés nélküli részek. Fölősmérések hiányában irreálisan alacsony középhibákat kapunk (a fölősmérés nélküli hálózatban a középhibák értéke nulla lesz). Az 1.7 ábrán látható hálózatban a két jól meghatározott rész között az összekötés nem tartalmaz elég fölősmérést az ellenőrzéshez (a vonalak mentén irány- és távmérés is történt). Ha a két részt összekapcsoló két mért irány közül az egyik durva hibás, nem dönthető el melyik az, hiszen bármelyiket kihagyva megszűnik az ellenőrzés lehetősége. A megoldás ilyen esetben a két hálózatrész között több összemérés bevonása.





1.7. ábra Egyenlőtlen fölösmérés eloszlás a hálózatban

A kitűzési, mozgásvizsgálati illetve szerelési hálózatokban az  $1/100000$  vagy akár  $1/1000000$  relatív középhiba az elvárás. Emellett a vetületi hossztorzulást és az alapfelületi redukciót szeretnénk kiküszöbölni, ugyanis a tervező a létesítmény méreteit nem az EOV vetületi síkon képzei, hanem a valóságban. A földfelszín kis részét a terület átlagos magasságában egy vízszintes síkkal helyettesítve (maximum 4 km sugarú körben) egy torzulásmentes rendszert (alapfelületi- és vetületi torzulástól mentes rendszert) hozhatunk létre. Ebben a rendszerben a ferde távolságokat csak összeadóállandóval, meteorológiai korrekcióval kell javítani és a vízszintesre redukálást kell elvégezni.

### 1.3.1. Kitűzési/építési hálózat tervezése és fenntartása

A kitűzési hálózat (vagyis az alappontok helyének) megtervezésekor az alábbiakat kell figyelembe venni és átgondolni:

- a pont fennmaradásának biztosítása,
- pontsűrűség, hálózati geometria kialakítása,
- pontszámozás kialakítása.

A pontok (vagyis az általuk „megtestesített”, más szóval „realizált” hálózat) fennmaradása az építkezés során alapvető érdek. Ebből következik, hogy a ponthelyeket nem csak az aktuális, hanem a tervezett, sőt, az építkezés közben átmeneti jelleggel kialakított állapot(ok) – pl. szállítóutak – figyelembevételével kell kijelölni. A pontsűrűség összefügg a létesítmény megkövetelte építési tűrés értékekkel és a mérési eljárásokkal, a használandó mérőműszerek pontossági mérőszámaival



(lásd még a második fejezetet). Általánosságban az mondható, hogy pl. a szabadálláspont meghatározásának hibája mintegy 10-15 %-a lehet a meghatározó tűrés értékének. A pontsűrűség és a hálózati geometria kihat a meghatározás pontosságára, így a pontkoordináták megbízhatóságára is. Vonalas létesítmény esetén javasolt pl. az egymást követő pontokat váltakozva, a létesítmény két oldalára telepíteni, ipartelepen pedig az építési főirányokat követő elrendezés az indokolt.

A tervezés részét képezi a pontszámozás kialakítása is: ez egy munkaterületen belül legyen egységes, követhető, bővíthető. A követhetőséget jelenti például az útépítésnél a szelvényszám bevonása a pontszámba, ami egy „beszédes” rendszer.

Sajnos, a leggondosabb tervezés mellett is számolnunk kell pontpusztulással. Ha ez előre tudható, akkor a pont „áthelyezésével” az új pont meghatározásába még a megszűnő pont is bevonható, ellenkező esetben csak nagyobb mérési munkával tudjuk az új pontot a hálózatba illeszteni az elvárt pontossággal.

Végezetül a karbantartásról érdemes pár szót ejteni. A hálózat pontjainak állaga, a pontvédelem, a pont-azonosító felirat az idővel romlik, sérül, kopik, ezek javítására, esetleg cseréjére ügyelni kell. A karbantartás részét képezi a hálózat időközönkénti ellenőrzése, szükség esetén újra meghatározása is.

### **1.3.2. Mozgásvizsgálati hálózat tervezése**

---

Mozgásvizsgálati hálózat tervezésekor is érvényesek az előző pontban felsorolt szempontok, de itt az építési tűrések helyett a várható mozgások mértéke az irányadó.

A ponthelyek szemlélésekor további szempont, hogy a vizsgálandó létesítménytől megfelelő távolságban, már mozgásmentes területen állandósítsuk azokat. Mivel mozgásvizsgálatnál arra törekszünk, hogy minden egyes mérési alkalom esetén a nullméréssel mindenben egyező módon járjunk el, különösen fontos az alappontok fennmaradása, mozdulatlansága, illetve utóbbi kontrolljának biztosítása. Ennek feltétele, hogy az alaphálózatnak legyenek olyan alappontjai is, melyek nem a közvetlen mozgásvizsgálati mérések, hanem azok kiinduló alappontjainak ellenőrzésére alkalmasak.

### **1.4. Alkalmazott mérőeszközök**

---

A mérésügyről szóló 1991. évi XLV. törvény írja elő, hogy a joghatással járó mérést a mérési feladat elvégzésére alkalmas hiteles mérőeszközzel vagy használati etalonnal ellenőrzött mérőeszközzel kell végezni. A 127/1991. (X. 9.) Kormányrendelet a 2. számú mellékletében sorolja fel a kötelező hitelesítésű mérőeszközöket, ezekben a geodéziai műszerek direktben nem szerepelnek, bár a felsorolás említi a hossz- és

területmérés eszközeit. Így a mérésügyi törvény hivatkozott mondatából értelmezésünk szerint a geodéziai műszerekre a „használati etalonnal ellenőrzött mérőeszköz” tagmondat vonatkozik, ez tulajdonképpen a kalibrálás.

### 1.4.1. Önellenőrzés

Kalibrálást saját célra bárki végezhet. Ez a napi gyakorlatban a mérőállomásokba (szintezőműszerekbe) épített önellenőrző program végrehajtását jelenti. Ezt minden gyakorló földmérőnek javasoljuk legalább félévente elvégezni. Az ellenőrzés végrehajtása során különös gondossággal tartsuk be a műszer kézikönyvében leírt utasításokat. Az önellenőrzés keretében meghatározzuk a méréseket terhelő egyes szabályos hibák hatását, amelyet aztán a méréseink során korrekcióként tud a műszerünk figyelembe venni.

Az önellenőrző program végrehajtása során a leggyakrabban meghatározott szabályos hibák (műszertől és típustól függően) mérőállomás esetén:

- kéttengelyű kompenzátor nullpontjának korrekciói
- indexhiba
- kollimációhiba
- fekvőtengely merőlegességi hiba
- automatikus irányzás (ATR) korrekciói



Komponens	Aktuális	Dátum
1 Comp	0°00'03"	15/12/14
t Comp	-0°00'10"	15/12/14
i V-index	-0°00'15"	15/12/14
c Hz-col	0°00'02"	15/12/14
a F-teng	-0°00'01"	15/12/14
ATR Hz	0°00'07"	15/12/14
ATR V	0°00'07"	15/12/14

1.8. ábra Műszer kalibrációs programjának eredménye

A rendszeres önellenőrzésen túl fontos a műszer rendszeres karbantartása. Használatától függően fél-egy-két évente. A karbantartás során erre felkészült műszerjavító cégek a műszert megtisztítják, az elkopott elemeket cserélik, a forgó

alkatrészeket megkenik, a vízzárást biztosító tömítéseket szükség esetén cserélik. A karbantartás végén egyes műszerelemeket (pl. libellákat) beszaabályoznak. A rendszeres karbantartás elengedhetetlen a jó minőségű mérések végzéséhez. Továbbá a műszerek élettartamát, értékét is jelentősen növelik.

### 1.4.2. Kalibrálás

---

Kalibrálást nem saját célra csak akkreditált laboratóriumok végezhetnek. Magyarországon több cég is nyújt ilyen jellegű szolgáltatást, a kalibrálással párhuzamosan vállalják a műszerek karbantartását, szükség esetén javítását is. A kalibrálás során laboratóriumi körülmények között összehasonlító méréseket végeznek. Ennek során megállapítják a kalibrálandó mérőműszerrel mért érték és a használati etalonnal megvalósított (helyes) érték közötti összefüggést. A kalibrálás során kalibrálási bizonyítványt ad ki a kalibrálást végző szervezet, erre példát az M1 és M2 melléklet tartalmaz.

### 1.4.3. Gyári pontosság

---

A hálózatkiegyenlítés során a mérőeszközeink *a priori* középhibáját a lehető legpontosabban kell ismernünk. A gyártó által megadott adatok jellemzően ideális körülmények között érhetők el. A mérőállomásoknál a gyári adatok általában 100 méteres vagy hosszabb irányokra érvényesek. Rövidebb irányoknál a távmérés középhibája általában a gyári adatnál kisebb, viszont az irány- és a zenitszög mérése nagyobb.

### 1.4.4. Ismétlésszám, hibaterjedés

---

Mit tegyünk akkor, ha a mérőeszközünk középhibája túl nagy ahhoz, hogy a hálózatba bevont pontok elvárt középhibáját elérjük? Elsősorban a mérések ismétlési számának növelésével érhetünk el pontosabb eredményt. Ha többször megmérjük ugyanazt a mennyiséget, akkor az átlag középhibája a mérésszám gyökével arányosan csökken:

$$m_{\hat{a}} = \frac{m_i}{\sqrt{n}} \quad (1.3)$$

ahol:

$m_i$  - egy mérés középhibája

$n$  - ismétlések száma

$m_{\hat{a}}$  - az átlag középhibája

A hálózat megmérése előtt az úgynevezett másodrendű tervezés segítségével becsülhetjük a méréseink és a koordináták *a posteriori* középhibáját. Ehhez csak viszonylag jó előzetes koordináták szükségesek, melyből minden adat előállítható az

alakmátrix felírásához. Az alakmátrix és az *a priori* középhibákból elő lehet állítani a koordináták és a mérések *a posteriori* középhibáit. Ennek ismertetése azonban meghaladja a jelen segédlet kereteit.

## 1.5. Meteorológiai korrekció

---

A meteorológiai korrekcióhoz egyszerűbb esetben a mért távolság menti átlagos hőmérsékletet és légnyomást kellene ismernünk, a szabatosabb távmérők esetén emellett a nedves hőmérsékletet vagy a relatív páratartalmat is figyelembe kell vennünk. Milyen pontosan kell ismernünk ezeket az értékeket? Elegendő-e, ha a mobil telefonunkon megnézzük az interneten a mérésünk közelében adott meteorológia adatokat? Ennek eldöntéséhez azt kell tudnunk, hogy 1 °C hőmérsékletváltozás 1 mm/km, 1 hPa (mbar) légnyomásváltozás pedig 0.3 mm/km távolság-korrekcióval jár, a levegő páratartalma (vagy az ebből számítható parciális párányomása) 1 mm-es pontossági igény esetén elhanyagolható (nagyságrendileg: 10% relatív páratartalom változás /0-30 fok között/ ~0.02-0.1 mm/km távolság-korrekció változást okoz). Ebből következik, hogy a mérendő távolságok hosszától és a megcélzott pontosságtól függően dönthetünk a meteorológiai adatok megbízhatóságára vonatkozó követelményekről. Például 100 méteres távolság esetén a hőmérsékletben elkövetett 1 Celsius fok hiba 0.1 mm-rel változtatja meg a mért távolságot. Általánosságban elmondhatjuk, hogy a rövid (200 m alatti) oldalakat tartalmazó hálózatok esetén, ha a megcélzott koordináta középhiba 1 mm vagy annál nagyobb, akkor a hőmérsékletet elegendő 3 fok pontossággal, és a légnyomást 12 hPa pontossággal ismerni. Így tehát elegendő az internetről beszerezhető meteorológiai adatok használata.

Abban az esetben viszont, ha egy mozgásvizsgálati hálózatban néhány tized milliméteres középhibát kívánunk elérni és maga a mérés több órán keresztül tartana, miközben a hőmérséklet több fokot változik, akkor a meteorológiai korrekciót akár óránként vagy félóránként érdemes újraszámoltatni az aktuális adatok alapján.

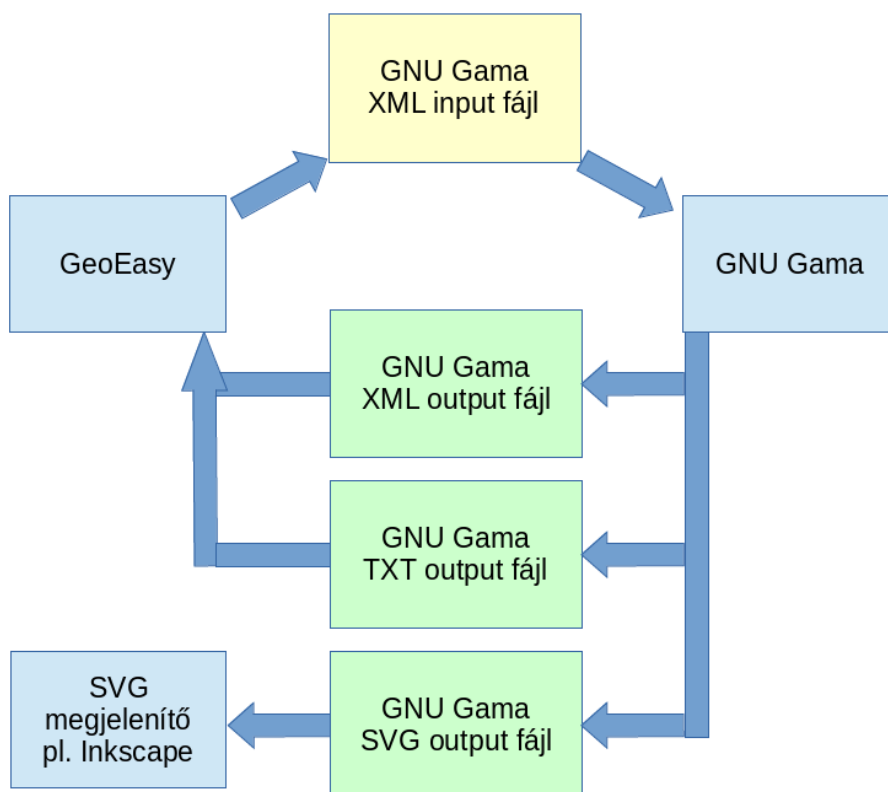
A légnyomás esetén sokszor a tengerszintre átszámított értéket tudjuk beszerezni. A légnyomás a magasság növekedésével változik, magyarországi körülmények között átlagosan 100 méterenként csökken 11.4 hPa értékkel. A meteorológiai adatok közül a hőmérséklet az időben igen gyorsan tud változni, a légnyomás ezzel szemben általában lassabban változó mennyiség.

Amennyiben milliméter alatti pont középhibákat szeretnénk elérni a hálózatunkban, akkor saját meteorológia szenzort kell a terepen alkalmazni, amely a nedves hőmérsékletet vagy a relatív páratartalmat is képes mérni a hőmérséklet és a légnyomás mellett.

## 2. Kiegyenlítés

Ebben a fejezetben a hálózatkiegyenlítés tényleges végrehajtásához szükséges ismereteket tárgyaljuk. Az adatok feldolgozása során a GeoEasy és a GNU Gama programot használjuk. Azért esett ezekre a programokra a választás, mert nyílt forráskódúak, mindenki számára szabadon letölthetők az internetről, csak egy Linux vagy Windows operációs rendszerű számítógépre van szükség. Minden olvasót arra biztatunk, hogy a saját számítógépén is próbálja ki a mellékelt mintaadatokkal a hálózatkiegyenlítés végrehajtását. A minta-feldolgozás során a *mikro4\_mg.geo* állománnyal dolgoztunk, ez megtalálható a mellékelt adatállományok között és az olvasó is elvégezheti a kiegyenlítést.

A GeoEasy és a GNU Gama két független program, melyek között az adatcsere szöveges adatállományokon (XML, TXT és SVG fájlok) keresztül történik (2.1 ábra).



2.1. ábra GeoEasy és GNU Gama kapcsolata

### 2.1. A priori középhibák, súlyozás

A kiegyenlítés megkezdése előtt a mérési eredmények mellett a mért mennyiségek kiegyenlítés előtti, úgynevezett *a priori* középhibáinak az ismeretére vagy becslésére is szükségünk van. Ezeket elsősorban a műszergyártók által közzétett technikai adatok között találhatjuk meg, de hagyatkozhatunk korábbi szakmai tapasztalatokra is. A

kiegyenlítés során az *a priori* középhibák alapján számítjuk a súlyokat, a súlyegység-középhibának nevezett konstans segítségével (2.1).

$$p_i = \frac{m_0^2}{m_i^2} \quad (2.1)$$

Ahol

$p_i$  - a súly

$m_0$  - az *a priori* súlyegység középhiba

$m_i$  - az egyes mérések *a priori* középhibája

A szintezőműszerek középhibáját jellemzően az egy kilométer hosszú szintezési szakaszra vonatkozóan adják meg mm/km mértékegységben. Általában az oda-vissza szintezésre vonatkozó adatot tartalmazznak a műszerleírások, ezért figyelmesen nézzük meg, hogy az adat egyirányú vagy oda-vissza mérésre vonatkozik-e. Az egyirányú és az oda-vissza szintezés középhibája között közel másfélszeres ( $\sqrt{2}$ -szörös) szorzó van.

$$m_{oda} = \sqrt{2}m_{oda-vissza} \quad (2.2)$$

A szabatos szintezőműszerek esetén a műszer leírásában megadott középhiba általában invárbetétes szintezőlécre és cövekbe vert domború fejű szöggel, hilti szeggel, stb. ideiglenesen állandósított kötőpontokra vonatkozik. A kötőpontok megjelölése (leverése) facövek esetén egy nappal, vascövek esetén pedig öt perccel a mérés megkezdése előtt történjen.

Mérőállomások távmérőjére egy összeadó- és egy szorzó jellegű konstans segítségével számíthatjuk a távolságból a középhibát. A mérőállomásokba manapság két távmérőműszert is beépítenek: egyet a prizmára történő méréshez és egy másikat a prizma nélküli távméréshez. Ezek középhibái eltérőek, ne keverjük össze őket! Ha a prizma nélküli távmérő hatótávolsága néhány száz méter, akkor ahhoz csak összeadó jellegű konstans adnak meg. Rövid, vagyis ötven, száz méter alatti távolságoknál tapasztalataink szerint a távmérő középhibája kisebb lehet a gyári adatnál. Mérnökgeodéziai hálózatokban ilyen rövid távolságok is előfordulhatnak, érdemes ilyen szempontból megvizsgálni a műszerünket.

Az iránymérések és zenitszög mérések esetén kicsit egyszerűbb és összetettebb is az előzetes középhiba számítása. A műszergyártók egy konstans adnak meg a vízszintes és a magassági körön tett leolvasások középhibájára, általában másodpercben vagy milligon-ban. Emellett viszont közismert, hogy rövid (100-200 méter hosszú) irányokra, kézi irányzásnál ez az érték nem tartható. A GeoEasy **Kiegyenlítés**

**paraméterek** párbeszédablakában beállíthatunk egy távolságkorlátot, mely alatt az alap középhibát automatikusan, lineárisan növeli a program a (2.3) összefüggés alapján.

$$m_i = \frac{m_{alap} \cdot t_{limit}}{t_i} \quad (2.3)$$

Ahol

$m_i$  - a kiegyenlítésben figyelembe vett középhiba

$m_{alap}$  - a GeoEasy-ben beállított alap mérési középhiba

$t_{limit}$  - a GeoEasy-ben beállított távolság limit (alapértelmezett értéke 200 m)

$t_i$  - a mért távolság

A robot mérőállomások automatikus irányzási funkciójának (ATR) használata esetén a középhiba növelése nem indokolt, ilyenkor a távolságkorlátot csökkentjük nullára.

### **Megjegyzés:**

A műszerek adatlapján megadott középhibák ideális körülményekre vonatkoznak; a körülmények függvényében esetenként ennél nagyobb középhibát célszerű figyelembe venni. A kiegyenlítésből kapott középhibák adnak visszajelzést arról, hogy az előzetes középhibák felvétele megfelelő volt-e. Ha az előzetes és a végleges középhibák között nagy az eltérés, akkor a kiegyenlítést új, a valóságnak jobban megfelelő előzetes középhibák felvételével újra el kell végezni.

Leica Nova TS60 Total Station		
<b>ANGLE MEASUREMENT</b>		
Accuracy <sup>1</sup> Hz and V	Absolute, continuous, quadruple	0.5" (0.15 mgon)
<b>DISTANCE MEASUREMENT</b>		
Range <sup>2</sup>	Prism (GPR1, GPH1P) <sup>3</sup>	1.5m to 3500m
	Non-Prism / Any surface <sup>4</sup>	1.5m to >1000m
Accuracy / Measurement time	Single (prism) <sup>2,5</sup>	0.6mm + 1ppm / typically 2.4s
	Single (any surface) <sup>2,4,5,6</sup>	2mm + 2ppm / typically 3s

2.2. ábra Részlet egy mérőállomás adatlapjából a középhibákkal

Az *a priori* mérési középhibáknak meghatározó szerepük van a sztochasztikus modell megoldásában. Helytelen, a valóságtól eltérő értékek a kiegyenlítésből kapott valamennyi középhibát torzítják és a súlyokon keresztül a matematikai modellre is van hatásuk. Kellően sok fölös mérést tartalmazó hálózatok arra is alkalmasak lehetnek, hogy a mérőeszközök középhibáit tapasztalati úton meghatározzuk.



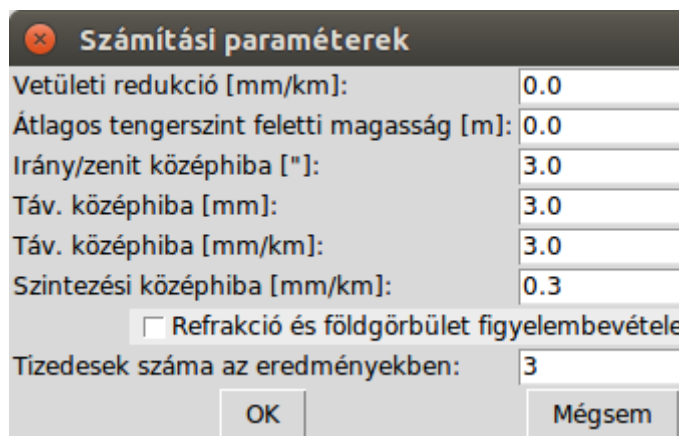
## 2.2. Előzetes koordináták

A GeoEasy illetve a hálózatkiegyenlítést számító GNU Gama program a II. kiegyenlítési csoport (a közvetett mérések módszere) összefüggései alapján végzi a számítást, ezért a kiegyenlítést megelőzően előzetes koordinátákat kell meghatározni. A pontatlan előzetes koordináták, ha az eredeti közvetítő egyenletek nem lineárisak (például vízszintes és 3D hálózatok esetén), a kiegyenlítés eredményeit torzítják. Ilyen esetben a kiegyenlítést ismételtten végre kell hajtani úgy, hogy az előző kiegyenlítésből kapott koordinátákat használjuk fel előzetes koordinátaként. A pontatlan előzetes koordinátákat a GNU Gama felismeri és automatikusan megismétli a kiegyenlítést.

A GeoEasy-ben a számítás menüben található az automatikus előzetes koordináta-számítás, amely egyszerű pontkapcsolási módszereket használ. Alternatív megoldásként az előzetes koordináták kézi bevitele is lehetséges.

## 2.3. A kiegyenlítés paraméterezése

A kiegyenlítés paramétereinek beállításánál lehetőségünk van globálisan (az egész számításra vonatkozóan egységesen), vagy akár mérési jegyzőkönyvenként az *a priori* középhibák megadására. Ebből az következik, hogy a kiegyenlítéshez a különböző *a priori* középhibával rendelkező műszereinkkel végzett méréseinket külön mérési jegyzőkönyvbe kell gyűjtenünk. Ez nem jelent különösebb problémát a műszerekkel rögzített digitális mérési állományoknál, mivel azokat úgy is külön fájlokban töltjük le a műszerekből. Az *a priori* középhibák globális (egységes) beállítása a **Számítási paraméterek** párbeszédablakban történik (2.3 ábra).



Számítási paraméterek	
Vetületi redukció [mm/km]:	0.0
Átlagos tengerszint feletti magasság [m]:	0.0
Írány/zenit középhiba ["]:	3.0
Táv. középhiba [mm]:	3.0
Táv. középhiba [mm/km]:	3.0
Szintezési középhiba [mm/km]:	0.3
<input type="checkbox"/> Refrakció és földgömbület figyelembevétele	
Tizedesek száma az eredményekben:	3
OK Mégsem	

2.3. ábra Számítási paraméterek ablak

A számítási paraméterek többségének hatása van a kiegyenlítésre is. Egy részük a távolságok redukciójával foglalkozik. Gyorsan nézzük át ezeket.



### Vetületi redukció [mm/km]

Például az EOV esetén lehetőséget biztosít, a vetületi torzulás (hosszredukció) figyelembe vételére. Mérnökgeodéziai hálózatok esetén rendszerint vetület nélküli rendszerben dolgozunk, ha a hálózat területe egy 4 km sugarú körben elfér. Értéke ilyenkor nulla.

### Átlagos tengerszint feletti magasság [m]

A távolságok tengerszintre vonatkozó redukcióját állíthatjuk be a hálózat átlagos magasságának megadásával. Nullától eltérő érték esetén a távolságokat tengerszintre redukálja a program. A helyi mérnökgeodéziai hálózatokban általában nem redukáljuk tengerszintre a távolságokat, értéke ilyenkor nulla.

### Középhiba adatok

A középhiba értékeket a megadott mértékegységben kell a műszer-katalógusból vagy a korábbi tapasztalatok alapján kitölteni.

### Refrakció és földgörbület figyelembe vétele

A trigonometriai magasságmérésnél, 400 méternél hosszabb irányokra a korrekció figyelembe vétele; mérnökgeodéziai hálózatoknál a rövid irányok miatt nem szükséges.

### Tizedesek száma az eredményekben

A kiírt eredmények élességének beállítása, alapértelmezésben mm. A tárolt élesség ennél nagyobb, például a koordinátákra század milliméter. Ez a beállítás nem vonatkozik a kiegyenlítés eredmény-listájára, mert azt a GNU Gama állítja elő és század illetve tizedmilliméter élességet használ

A kiegyenlítés során használt *a priori* középhibákat az egyes mérési jegyzőkönyvekhez külön-külön is megadhatjuk az észlelési adatok között. A feldolgozás során az észlelési adatok között (2.4 ábra) megadott középhibák az elsődlegesek, a számítási paraméterek között megadott értéket csak akkor használja a program, ha az észlelési adatoknál nem szerepel érték. A mérési jegyzőkönyvhöz kapcsolódó középhibákra nincsen alapértelmezett érték, ha nem töltjük ki, akkor a globálisan beállított középhibát használja a program.

2.4. ábra Középhibák az észlelési adatok között

Van néhány további, a kiegyenlítéshez kapcsolódó beállítás, melyeket a **Kiegyenlítés paramétere**i párbeszédablakban állíthatunk be (2.5 ábra).

2.5. ábra A kiegyenlítés paramétere párbeszédablak

A párbeszédablakban szereplő egyes paraméterek értelmezése:

#### Konfidencia szint

a statisztikai próbáknál alkalmazott valószínűség (0-1 között). Szokásos értékei 0.95 (két szigma) illetve 0.997 (három szigma). A durvahiba szűrés során alkalmazzuk, a 0.95 a szigorúbb érték.

#### Szögegység

360 (fok-perc-másodperc) vagy 400 (GON). Ez a beállítás csak a szöveges eredmény-listára vonatkozik, a GNU Gama XML eredmény-fájlban a szögek mindig GON-ban illetve cc-ben szerepelnek. A GeoEasy-ben a jegyzőkönyv maszk módosításával térhetünk át más mértékegységre.

#### Tolerancia [mm]

korlát a tisztatag értékekre; azokat a méréseket, melyekre a tisztatag értéke nagyobb a megadott értéknél, már a kiegyenlítés előtt kihagyja a GNU Gama a feldolgozásból, mint „szarvashibát”. Szögek esetén ezt a tolerancia-értéket mint lineáris eltérést kezeli és vizsgálja a program.

Távolság limit [m]

az a távolság, amelyen belül az iránymérési középhibákat lineárisan megnöveli a program, például, ha 200 méterre állítjuk, akkor egy 50 méteres irány esetén az iránymérési középhibát a négyszeresére növeli a program (lásd 2.3 képlet).

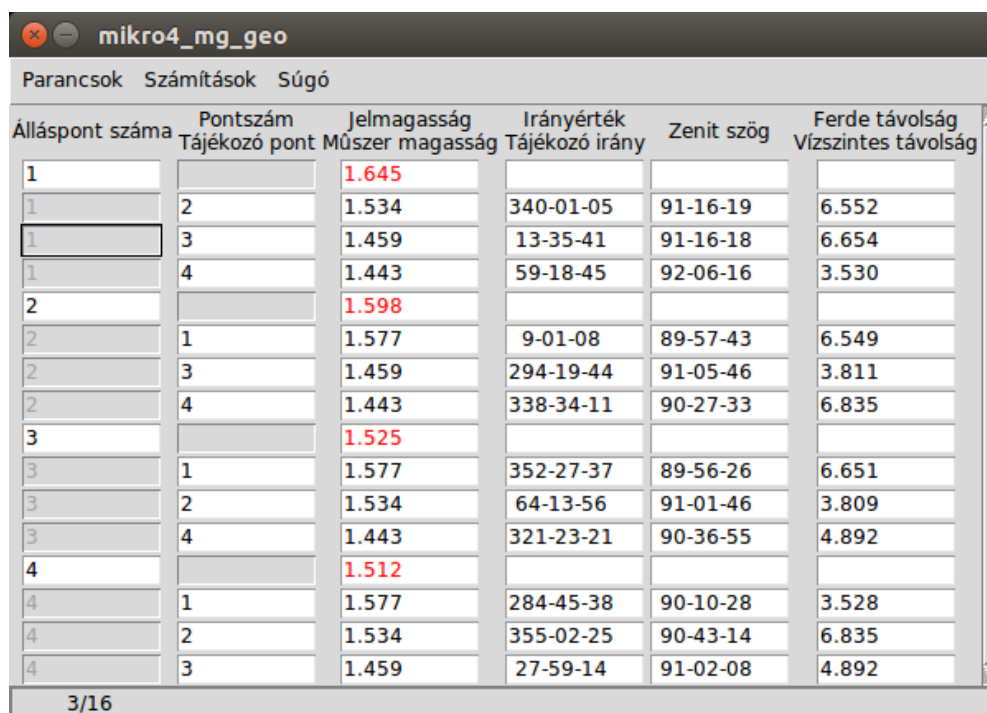
SVG hibaellipszisek

egy vektoros rajzi ábrát (SVG fájlt) készít a GNU Gama a pontokról és a hibaellipszisekről. Egy SVG fájlt például az Inkscape nevű nyílt forráskódú programmal vagy a böngésző programunkkal nézhetünk meg, de több képnézegető program is képes a megjelenítésére.

## 2.4. A kiegyenlítés végrehajtása

Töltsük be a GeoEasy programba a *micro4\_mg.geo* állományt és más állomány ne legyen nyitva. A GeoEasy a kiegyenlítés előkészítése során az összes betöltött adatállományt figyelembe veszi.

A *mikro4\_mg.geo* állomány kiegyenlítése során az alapértelmezett *a priori* középhibákat használtuk (3" és 3mm+3mm/km). Az alap középhibákat a **Számítási paraméterek** párbeszédablakban, a távolság limitet a **Kiegyenlítés paraméterek** párbeszédablakban állíthatjuk be, lásd korábban *A kiegyenlítés paraméterezése* részben. A mérési eredményeket a 2.6 ábrán, az előzetes koordinátákat a 2.7 ábrán láthatjuk.



The screenshot shows a window titled "mikro4\_mg\_geo" with a menu bar containing "Parancsok", "Számítások", and "Súgó". Below the menu is a table with the following columns: "Álláspont száma", "Pontszám", "Jelmagasság", "Írányérték", "Zenit szög", and "Ferde távolság". The table contains 16 rows of data. The first row has a red "1.645" in the "Jelmagasság" column. The last row has a red "1.512" in the "Jelmagasság" column. The status bar at the bottom shows "3/16".

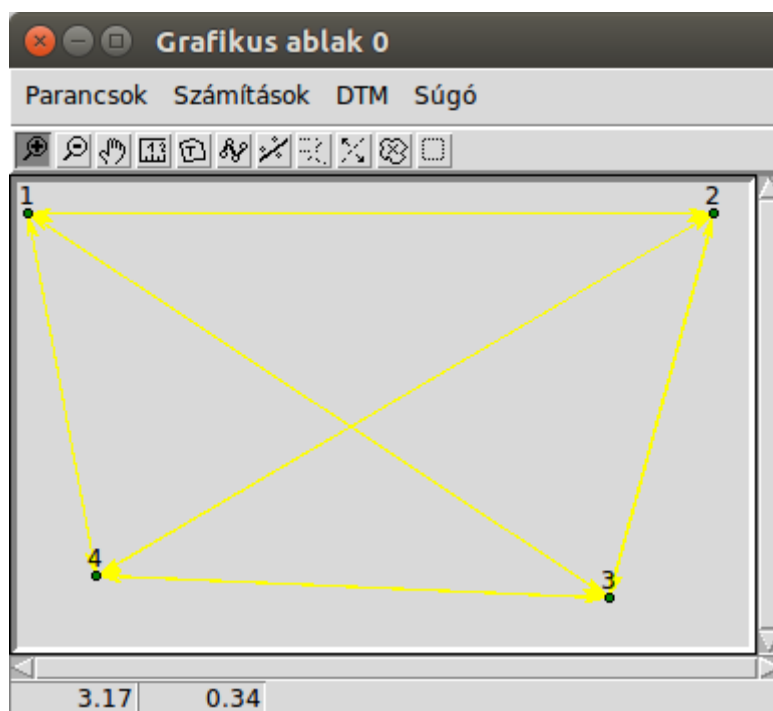
Álláspont száma	Pontszám	Jelmagasság	Írányérték	Zenit szög	Ferde távolság
	Tájékoztató pont	Műszer magasság	Tájékoztató irány		Vízszintes távolság
1		1.645			
1	2	1.534	340-01-05	91-16-19	6.552
1	3	1.459	13-35-41	91-16-18	6.654
1	4	1.443	59-18-45	92-06-16	3.530
2		1.598			
2	1	1.577	9-01-08	89-57-43	6.549
2	3	1.459	294-19-44	91-05-46	3.811
2	4	1.443	338-34-11	90-27-33	6.835
3		1.525			
3	1	1.577	352-27-37	89-56-26	6.651
3	2	1.534	64-13-56	91-01-46	3.809
3	4	1.443	321-23-21	90-36-55	4.892
4		1.512			
4	1	1.577	284-45-38	90-10-28	3.528
4	2	1.534	355-02-25	90-43-14	6.835
4	3	1.459	27-59-14	91-02-08	4.892

2.6. ábra Mérési jegyzőkönyv

A hálózat négy pontja egy trapéz alakot formáz (2.8 ábra). Az összes lehetséges irányt megmértük a hálózatban, a pontokon a műszert és a prizmákat kényszerközpontosítással műszerállványon helyeztük el.

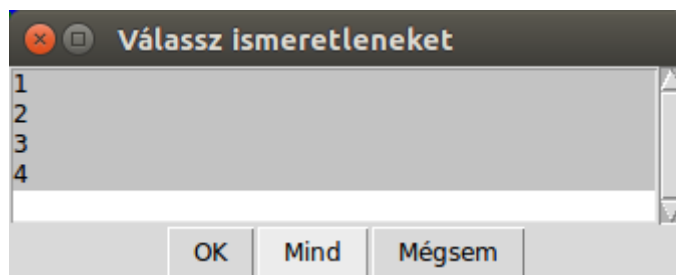
mikro4_mg_coo				
Parancsok Számítások Súgó				
Pontszám	Pont kód	Y Előzetes Y	X Előzetes X	Z Előzetes Z
1		-0.000	-0.000	0.000
2		6.548	-0.002	-0.034
3		5.542	-3.677	0.038
4		0.656	-3.466	0.072
1/4				

2.7. ábra Koordináta-jegyzék



2.8. ábra Hálózat vázlat

A kiegyenlítés végrehajtásához a Számítások menüből válasszuk a **Vízszintes hálózatkiegyenlítést**; a megjelenő párbeszéd ablakban válasszuk ki mind a négy pontot ismeretlen pontként (2.9 ábra). Ebben a párbeszédablakban azok a pontok jelennek meg, melyeknek előzetes vagy végleges koordinátája van a koordináta-jegyzékben.

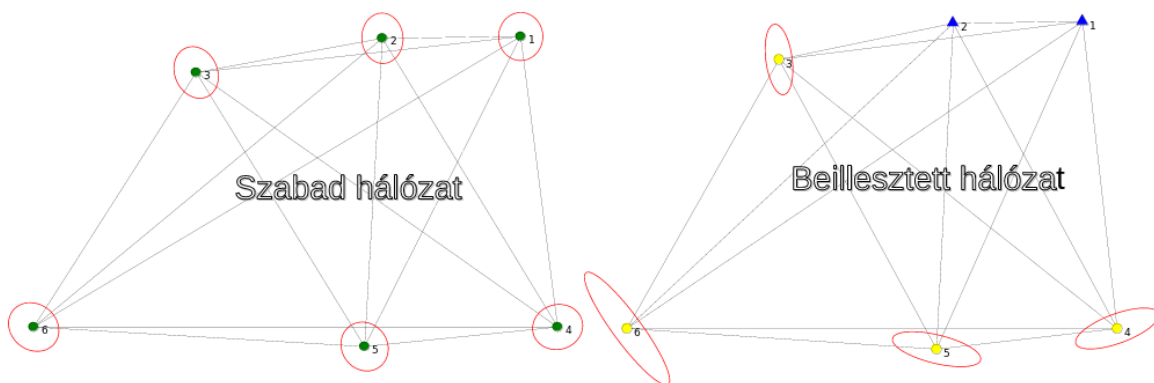


2.9. ábra Ismeretlen (új, számítandó) pontok megadása

Egy második párbeszéd ablakban a rögzített pontokat (a hálózat adott pontjait) választhatjuk ki. Esetünkben ez a pontlista üres, mivel ide az ún. rögzített pontok (más szóval adott pontok) kerülnének, melyeknek koordinátája a számítás előtt ismert. Így esetünkben szabad hálózatkiegyenlítésére kerül sor (nincs rögzített pont). A kiegyenlítés eredménylistája a **Számítási eredmények** ablakban jelenik meg. A következő részben tételesen áttekintjük az eredményeket.

### 2.4.1. Szabad vagy beillesztett hálózatok

Felvetődhet a kérdés, hogy mikor használjuk a szabad hálózati kiegyenlítést (nincs rögzített pont) és mikor a beillesztett hálózatot (más néven kötött hálózatot)? Az önálló helyi hálózatok esetében szinte mindig a szabad hálózati kiegyenlítés javasolható. A beillesztett hálózatok esetén a rögzített pontok koordinátáit hibátlannak tekintjük a kiegyenlítés szempontjából, ami nem igaz, mert az adott pontokat is terheli az ún. kerethiba. A szabad hálózatok középhiba-képe mindig homogénebb (egyforma méretű hibaellipsziseink lesznek) és alakjuk közelebb lesz a körhöz (anizotrop), mint a beillesztett hálózatoké (2.10 ábra, lásd még az irodaház építési hálózata mintát a 3. fejezetben). A szabad hálózatokat korábban, a bonyolultabb számítási összefüggések (általánosított inverz) miatt, nem használták, de manapság ez már nem jelent problémát. A szabad hálózat a kiegyenlítés során az előzetes koordináták súlypontja körül kis mértékben elfordulhat, ami problémát jelenthet, ha az építési főirányhoz szeretnénk tájolni a vízszintes hálózatot. Ezt egy, a kiegyenlítés utáni Helmert transzformációval oldhatjuk meg.



2.10. ábra Hibaellipszisek szabad és beillesztett hálózati kiegyenlítésből

Miért fontos a homogén, anizotrop hálózat? Például kitűzések végzése során a munkaterületen azonos várható középhibája lesz a kitűzött pontoknak, akár egy ismert ponton felállva vagy a környezetben lévő ismert pontokból egy szabad álláspontot meghatározva. Megjegyezzük, hogy ha lehetőségünk van egy hálózatot szabad hálózatként is és kötött hálózatként is számítani, érdemes kipróbálni mindkét lehetőséget, hiszen ezt a mai szoftverekkel könnyen megtehetjük. Amennyiben a kötött hálózat minősége lényegesen gyengébb lesz, azt részben a kötött hálózat kerethibáinak is tulajdoníthatjuk.

### Megjegyzés

A GeoEasy-ből indított kiegyenlítés esetén nincs lehetőségünk egy pontnak csak az egyik koordinátáját rögzíteni. Például az előző vízszintes hálózatban két pontot kell rögzíteni (4 koordináta), pedig a hálózati defektus értéke három. Ezzel kapcsolatban lásd a haladóknak szóló részt lentebb.

## 2.4.2. 2D + 1D kiegyenlítés vagy 3D kiegyenlítés?

Elsősorban a mérőállomásokkal végzett hálózat meghatározások esetén merülhet fel a címben szereplő kérdés. A 3D kiegyenlítés esetén egyidejűleg, egy egyenletrendszerből határozzuk meg a pontok vízszintes koordinátáit és magasságát is. A számítás két lépésben is végre lehet hajtani, külön a vízszintes koordinátákra (2D) és külön a magasságokra (1D). A mérnökgeodéziában a 3D kiegyenlítés nem mindig célravezető. Ezt elsősorban a jel- és műszermagasság mérés megbízhatósága (megbízhatatlansága) indokolja. A hálózatkiegyenlítést végrehajtó programokban a műszer- illetve jelmagasság mérést hibátlannak tekintik, így az ezek mérésében elkövetett hibák a kiegyenlítésből meghatározott alappontok középhibájában jelennek meg, 3D-s kiegyenlítés esetén pedig nem csak a magasság középhibájában. Ezáltal a vízszintes koordináták középhibáját is lerontjuk. Szabatos műszermagasság meghatározási módszereket kellene alkalmazni, így el tudjuk érni a néhány tízméteres oldalakon a

műszer fekvőtengelye és a jel megírányzott pontja közötti magasságkülönbség néhány tizedmilliméter pontosságú meghatározását.

A szintezett magasságkülönbségeket is csak akkor érdemes egybevonni a vízszintes koordináták számításához használt irány-, zenitszög- és távmérésekkel, ha a szintezett pont egybeesik az állásponttal.

A 2.1 táblázatban egy hatpontos hálózat feldolgozásának eredményeit foglaltuk össze. A hálózatban a leghosszabb oldal nem érte el a 90 m-t. A táblázat adatai alapján látható, hogy a 3D kiegyenlítés átlagos középhibája (melyben a vízszintes középhibák is benne vannak) a 2D kiegyenlítéshez képest megduplázódott.

*2.1. táblázat 3D és 2D + 1D kiegyenlítés összehasonlítása*

	3D	2D	1D
Mérések száma	84	56	28
Ismeretlenek száma	24	18	6
Hálózati defektus	4	3	1
Fölös mérések száma	64	41	23
Átlagos koordináta középhiba [mm]	0.4	0.2	0.4

### 2.4.3. Durvahiba szűrés

A kiegyenlítő számítás csak véletlen hibák esetén ad torzítatlan becslést az ismeretlenekre. Ez azt jelenti, hogy a kiegyenlítés módszerét csak véletlen hibák jelenléte esetén szabad használni, szabályos hibák és durva hibák esetén nem. Márpedig a véletlen hibák mellett szabályos és durva hibák is terhelhetik a méréseinket, melyeket ki kell küszöbölnünk a hálózat feldolgozása során. A szabályos (modell) hibák kiküszöbölhetők például a mérőeszközök kalibrálásával. A durva hibák jelentősen túllépik az elvárható mérési pontosságot és legtöbbször nem tudunk konkrét magyarázatot adni az előfordulásukra. A GNU Gama statisztikai módszereket alkalmaz a kimutatásukra. Amennyiben több durvahiba fordul elő a kiegyenlítendő hálózatban, akkor azokat csak egyesével lehet kimutatni a legkisebb négyzetek módszeréhez kapcsolódó statisztikai módszerekkel. A statisztikailag legnagyobb durva hibás mérés kihagyása után meg kell ismételni a kiegyenlítést mindaddig, amíg már nem lesz durva hibásnak minősülő mérés.

## 2.5. A kiegyenlítés eredményeinek értelmezése

A GNU Gama három eredmény-fájlt készít:

- Szöveges eredménylista, emberek számára olvashatóan.
- XML eredménylista, programok számára olvashatóan.
- SVG hálózat rajz és hibaellipszisek, vektoros grafikus programok számára értelmezhetően.

A fentiek közül a szöveges eredménylistát nézzük meg ebben a részben tüzetesebben, az SVG hálózat rajzra pedig példát mutatunk. Az XML output fájljal nem foglalkozunk, mivel az inkább programozók számára készül, bár az ember is képes többé-kevésbé értelmezni, a GNU Gama dokumentációja ezt részletesen leírja.

A hálózatkiegyenlítés végrehajtása után nem elegendő a kiegyenlített koordinátákat kiírni, ha azok *a posteriori* (végleges) középpontjait elfogadhatónak is tartjuk. A GeoEasy illetve a GNU Gama egy hosszú eredmény-listát készít, melyet célszerű részletesen megvizsgálni. A vizsgálat elsődleges tárgya az, hogy a méréseink megbízhatósága megfelel-e az *a priori* középpontjainak és hogy normális eloszlásúnak tekinthetők-e a mérések? Ezt a vizsgálatot az eredmények ismeretében globálisan és az egyes méréseket külön-külön vizsgálva is el kell végeznünk.

Az eredmények értelmezését az előzőekben bemutatott négy pontból álló vízszintes mikrogeodéziai hálózaton (mikro4\_mg.geo) mutatjuk be, melyet szabad hálózatként egyenlítettünk ki. Nézzük először a vízszintes kiegyenlítés általános jellemzőit:

```
A kiegyenlítés általános jellemzői
*****
```

Koordináták	xyz	xy	z
Kiegyenlített :	0	4	0
Kényszerített * :	0	4	0
Rögzített :	0	0	0
-----			
Összesen :	0	4	0
Irányok száma :	12		Irányszögek száma: 4
Távolságok száma :	12		
Összes mérés :	24		
Egyenletek száma :	24		Ismeretlenek száma: 12
Szabadságfok :	15		Hálózati defektus : 3
m0 apriori :	1.00		
m0' aposteriori:	0.46	[pvv] :	3.11928e+00

2.1. lista Kiegyenlítés eredménylista I. rész



A koordináták összefoglaló adataiból láthatjuk, hogy szabad hálózatról van szó, a rögzített (adott) pontok száma nulla. A kényszerített sorban szereplő négyes arra utal, hogy az összes pont szerepel a koordináta változásokra vonatkozó minimum feltételben. A GeoEasy szabad hálózatkiegyenlítésekor az összes koordinátaváltozást beteszi a minimum feltételbe. Az irányszögek száma a tájékozási állandó ismeretlenekre (az álláspontonkénti középtájékozási szögekre) vonatkozik. Az ismeretlenek tartalmazzák a vízszintes koordináták változását ( $4 \times 2$  ismeretlen) és a tájékozási szögek változását (4 ismeretlen). A szabadságfok a fölös mérések számával egyezik, értéke a mérések, az ismeretlenek számától és a hálózati defektus értékétől függ (2.4)

$$f = m - n + d \quad (2.4)$$

Ahol

$f$  - a fölös mérések száma (szabadságfok)

$m$  - a mérések száma

$n$  - az ismeretlenek száma

$d$  - hálózati defektus értéke

A hálózati defektus értéke a hálózat dimenziójától függ és csak szabad hálózatok esetén tér el a nullától. Értéke azt tükrözi, hogy hány ismeretlent kell minimálisan megkötni, hogy a méréseinkből a koordináták, magasságok egyszerű módszerekkel kiszámíthatók legyenek. Szabad magassági hálózatokban (szintezési vagy trigonometriai magasságmérési hálózatokban) értéke egy. Szabad vízszintes hálózatban, ha van legalább egy mért távolság, értéke három, ha csak irány- vagy szögmérések szerepelnek a kiegyenlítésben, akkor értéke négy, ebben az esetben az előzetes koordináták értéke határozza meg a hálózat méretét, méretarányát. Szabad háromdimenziós hálózat esetén, ha van legalább egy mért távolság értéke négy, ha csak irány- vagy szögmérések illetve zenitszögek szerepelnek a kiegyenlítésben, akkor értéke öt.

A súlyegység középphibára ( $m_0$ ) két érték szerepel az eredménylistában, az *a priori* értéke a GeoEasy-vel végrehajtott kiegyenlítések esetén mindig egy, ez tulajdonképpen egy tetszőlegesen választott pozitív érték, melyet a középphibákból a súlyok számításához használunk. Az *a posteriori* érték a kiegyenlítésből levezetett értéke ugyanennek, ezeket a következőkben elemezzük.

A következő statisztikai analízis blokkban globális képet kapunk a kiegyenlítésben használt sztochasztikus modellünk jóságáról; egyszerűbben ezt úgy fejezhetjük ki, hogy a méréseink normális eloszlásúak-e, illetve az *a priori* középphibák megfelelnek-e a kiegyenlítésből levezetett értékeknek.

Mielőtt belemennék a statisztikai analízis vizsgálatába, nézzük meg a kiegyenlített koordináták középhibáit (2.2 lista).

Kiegyenlített koordináták *****						
i	pont	előzetes	javítás	kiegy.	köz.hib	konf.i.
=====		érték =====	[m] =====	érték =====	=====	[mm] =====
	1					
1	X *	-0.00000	-0.00035	-0.00035	0.4	0.8
2	Y *	-0.00000	-0.00037	-0.00037	0.4	0.8
	2					
3	X *	-0.00200	-0.00002	-0.00202	0.4	0.8
4	Y *	6.54800	0.00032	6.54832	0.4	0.8
	3					
5	X *	-3.67700	-0.00007	-3.67707	0.4	0.9
6	Y *	5.54200	0.00022	5.54222	0.4	0.9
	4					
7	X *	-3.46600	0.00044	-3.46556	0.4	0.9
8	Y *	0.65600	-0.00017	0.65583	0.4	0.9

### 2.2. lista Kiegyenlítés eredménylista II. rész

A koordináta középhibáink 0.4 milliméteresek, csodálatos! Itt a többségünk hátradől és rendel egy kávét (esetleg sört) a jól végzett munka örömére. A továbbiakban az eredmények részletesebb elemzésével foglalkozunk, melyből kiderül, hogy még korai volt az örömünk.

```

Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 0.46
- konfidencia szint 95 %

m0' aposteriori / m0 apriori: 0.456
95 % intervallum (0.646, 1.354) nem tartalmazza m0'/m0 értéket
m0'/m0 (távolság): 0.413    m0'/m0 (irány): 0.428

Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az m0''/m0 értékben:
0.372

Maximális studentizált javítás 2.38 eléri a kritikus értéket 1.93
szignifikancia szint: 5 % észlelés: #4
<direction from="1" to="2" val=" 340-01-04.8720" stdev="91.7" />

```

### 2.3. lista Kiegyenlítés eredménylista III. rész

Az *a priori* és az *a posteriori* súlyegység középhibáknak (közel) azonosnak kellene lennie, ez a nullhipotézisünk a későbbi statisztikai próbához. A hányadosukra egy statisztikai próbát alkalmazhatunk, illetve egy konfidencia intervallumot számíthatunk

arra a  $\chi^2$  (khi négyzet) eloszlás segítségével. A konfidencia intervallum határainak értéke függ a fölősmérések számától és a beállított valószínűségi szinttől, ennek szokásos értéke a geodéziában 95% vagy 99.7%. A 95% valószínűségi szint azt jelenti, hogy a szórás kétszeresén belül eső értékeket tekintünk azonosnak, a 99.7% esetén pedig a szórás háromszorosán belül. A 2.3 listában 95% százalékos valószínűségi szinten a nullhipotézisünk nem fogadható el, az  $m_0'/m_0$  hányados a (0.646, 1.354) intervallumon kívül esik. Ebből arra következtethetünk, hogy a hálózatba egy vagy több durva hibás mérés került (azaz a méréseink eloszlása nem követi a normális eloszlást), vagy az *a priori* középhibáink értéke nem egyezik meg a kiegyenlítésből becsült értékekkel. Az  $m_0'/m_0$  hányados értékét a táv- és iránymérésekre külön-külön is megkapjuk az eredménylistában. Esetünkben értékük közel azonos (0.413 és 0.428). Ebből arra következtethetünk, hogy a távolság- és iránymérések súlyaránya megfelelő, de az *a priori* középhibáink túl nagyok, mivel az *a posteriori* érték kisebb, mint az *a priori*. Sajnos az eredmények között az *a priori* középhibák nem jelennek meg, azokat csak az **GNU Gama export** során létrehozott XML fájlban tudjuk megtekinteni (2.4 lista).

```
<obs from="1">
<distance to="2" val="6.550" stdev="3.020" />
<distance to="3" val="6.652" stdev="3.020" />
<distance to="4" val="3.528" stdev="3.011" />
</obs>
<obs from="1">
<direction to="2" val="377.7978" stdev="283" />
<direction to="3" val="15.1052" stdev="278" />
<direction to="4" val="65.9028" stdev="525" />
</obs>
```

#### 2.4. lista Részlet a GNU Gama XML input fájljából

A GNU Gama XML fájl a távolságokat méterben, a középhibákat mm dimenzióban, az irányértékeket GON-ban, azok középhibáit cc-ben tartalmazza. Egy másodperc közelítőleg 3 cc-nek felel meg, azaz a 283 cc kb. 94". Hogyan jött ki ez az érték? A három másodperces alap középhibát a rövid 6.5 méteres irány miatt 31-szeresére növeli a GeoEasy a kiegyenlítés paraméterei között szereplő távolság limit miatt (200/6.5). Túl nagy ez a középhiba? Erre választ kaphatunk, ha egy ilyen rövid irányra 10-20 irányzásból kiszámítjuk a középhibát. Mielőtt ezt megtennénk, vizsgáljuk meg a tájékozási szögek szórását (2.5 lista).

Kiegyenlített tájékozási ismeretlenek						
*****						
i	álláspont	előzetes	javítás	kiegy.	köz.hib	
konf.i.						
=====	[d]	=====	[d]	=====	[d]	=====
=====						[ss]
=====						
9	1	109-58-12.16	0-00-28.80	109-58-40.95	29.3	62.5
10	2	260-58-49.09	0-00-36.66	260-59-25.75	25.0	53.3
11	3	311-05-00.85	0-00-31.17	311-05-32.02	32.4	69.0
12	4	64-30-27.99	-0-00-01.51	64-30-26.49	32.2	68.7

#### 2.5. lista Kiegyenlítés eredménylista IV. rész

A tájékozási szögek középhibája 30" körül van. Ez alapján is túlzásnak tűnik az irányértékek *a priori* középhibája. Egyelőre nézzük tovább a kiegyenlítés eredményeit. A 2.6 listában a hibaellipszisek adatait láthatjuk.

Hibaellipszisek középhibái és paraméterei *****									
pont	mP	mXY	hibaellipszis			konf.hib. ellipsz			
=====	[mm]	==	[mm]	=====	a [mm] b =====	[d]	=====	a' [mm] b' =====	g
1	0.5	0.4	0.4	0.3	132.6	1.1	0.9	0.7	
2	0.5	0.4	0.4	0.3	43.2	1.1	0.9	1.0	
3	0.6	0.4	0.4	0.4	139.3	1.2	1.1	1.0	
4	0.6	0.4	0.4	0.4	50.5	1.1	1.1	0.5	

#### 2.6. lista Kiegyenlítés eredménylista V. rész

Az *mP* oszlopban a vízszintes ponthibát (négyzetes átlagos pozícióhibát) látjuk, ezt a magyar gyakorlatban nemigen használjuk. Értékét az *y* és *x* koordináta középhiba négyzetének összegéből számítjuk (2.5).

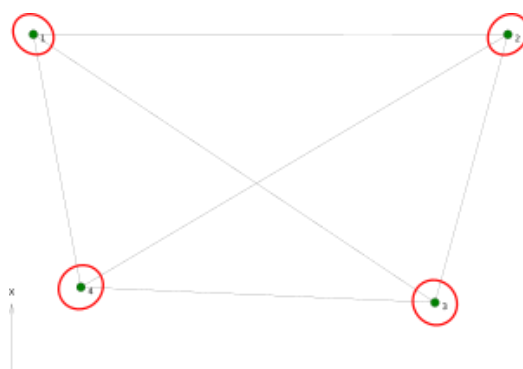
$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \quad (2.5)$$

Az *mXY* oszlop az átlagos ponthibát tartalmazza (2.6).

$$m_{XY} = \frac{m}{\sqrt{2}} \quad (2.6)$$

Az *a* és *b* oszlopokban találjuk a hibaellipszis nagy és kis féltengelyének hosszát. Azokat a hálózatokat szeretjük, melyek anizotrópok és homogének, azaz a hibaellipszisek kör alakúak és a sugaruk azonos (helytől és iránytól függetlenül a megbízhatóság azonos, 2.11 ábra).

A hatodik oszlopban a hibaellipszis nagyobb féltengelyének irányszögét kapjuk. Az  $a'$  és  $b'$  oszlopok a megadott valószínűségi szinthez tartozó konfidencia hibaellipszis féltengelyeket tartalmazzák. Esetünkben ez azt jelenti, hogy annak a valószínűsége, hogy a pont a valóságban a konfidencia hibaellipsziszbe esik 95%. Végül az utolsó oszlopban szereplő  $g$  érték arról tájékoztat, hogy a pont előzetes koordinátái beleesnek-e a konfidencia ellipsziszbe. Ha értéke kisebb, mint egy, akkor a konfidencia ellipszisen belül van, ha egy, akkor a konfidencia ellipszisz határára esik, ha nagyobb mint egy, akkor kívül esnek. Ebből az előzetes koordináták pontosságára következtethetünk, ha több pontnál egynél nagyobb értéket kapunk, akkor célszerű a kiegyenlítést megismételni az előző kiegyenlítésből kapott koordinátákkal, mint pontosabb előzetes koordinátákkal.



2.11. ábra Hibaellipszisek

Kiegyenlített mérések							
*****							
i	álláspont	irányzott pont	mért kiegyenlített köz.hib				
			érték	====	[m d]	====	[mm ss]
1	1	2 táv.	6.55000		6.54869	0.6	1.3
2		3 táv.	6.65200		6.65122	0.7	1.4
3		4 táv.	3.52800		3.52680	0.7	1.6
4		2 ir.	340-01-04.87		340-02-11.68	31.0	66.1
5		3 ir.	13-35-40.85		13-34-50.12	30.1	64.1
6		4 ir.	59-18-45.07		59-17-56.10	43.6	92.9
...							

2.7. lista Kiegyenlítés eredménylista V. rész

A következő részben a kiegyenlített mérési eredmények adatait találjuk (2.7 lista), vegyesen az irány- és távméréseket. Nézzük meg a középhiba oszlopot, ezek az *a posteriori* középhibák. Az *a priori* középhibákkal összehasonlítva jelentős eltérést tapasztalhatunk. Ez is arra utal, hogy az *a priori* középhibáink nem tükrözik a valóságot.

Ezután a javításokat tartalmazó táblázat jön az eredménylistában (2.8 lista).

Javítások és mérések elemzése								
*****								
i	álláspont	irányzott pont		f[%]	v	v'	e-ész.	e-kie.
=====					[mm ss]	=====	[mm ss]	==
1	1	2	táv.	54.6	-1.309	1.1	-1.6	-0.3
2		3	táv.	51.7	-0.784	0.6	-1.0	-0.2
3		4	táv.	46.8	-1.199	1.0	-1.7	-0.5
4		2	ir.	25.8	66.804	2.4 mk	148.7	81.9
5		3	ir.	26.7	-50.732	1.8	-109.5	-58.8
6		4	ir.	43.8	-48.974	0.8	-71.6	-22.6

2.8. lista Kiegyenlítés eredménylista VI. rész

Az  $f$  oszlopban arról kapunk információt, hogy mennyire lehetett ellenőrizni az egyes méréseket a kiegyenlítés során (2.7).

$$f = 100 \cdot \frac{(m_l - m_L)}{m_l} \quad (2.7)$$

Ahol

$m_l$  - a mérés *a priori* szórása

$m_L$  - a mérés *a posteriori* szórása

Amennyiben

$f < 0.1$  - ez a mérés nem ellenőrizhető, hogy durva hibás-e

$f < 5$  - ez a mérés csak korlátozottan ellenőrizhető

$f \geq 5$  - ez a mérés jól ellenőrizhető, hogy durva hibás-e

Például, ha egy pontra csak egy poláris meghatározás van a hálózatban, akkor arra az  $f$  érték nulla lesz. Az ilyen pontokat nem célszerű a hálózatkiegyenlítésbe bevonni, mert egyrészt a kiegyenlítésből kapott koordinátájuk azonos lesz azzal, mintha a kiegyenlítés után számítanánk poláris pontként, másrészt fölös mérések hiányában a durvahiba szűrés során sem tudjuk ellenőrizni.

A  $v$  javítás oszlop mellett egy  $v'$  oszlop található a listában, mely a javítás normalizált (vagy studentizált) értékét tartalmazza. Ezekre az értékekre a durvahiba szűréshez van szükségünk. A kiegyenlítésből kapott javítások nagysága alapján nem tudunk dönteni, mert a különböző súlyok illetve a mérések eltérő középhibája miatt azok közvetlenül nem hasonlíthatók össze. A javítások várható értéke nulla, a szórása a hálózatkiegyenlítésből becsülhető. Ha egy normális eloszlású valószínűségi változóból levonom a várható értékét és elosztom a szórásával, akkor egy úgynevezett standard

normális eloszlású valószínűségi változót kapok (várható értéke nulla, a szórása egy), és ezek már összevethetők.

$$v' = \frac{v-0}{m_v} \quad (2.8)$$

A durvahiba szűrés esetén a normalizált javításokra alkalmazunk egy statisztikai próbát, hogy az adott valószínűségi szinten nullának tekinthetők-e. A kiegyenlítés eredménylista elején szerepel a statisztika kritikus értéke 1.93. Az utolsó két oszlop az adott mérésre vonatkozó hibákat becsüli. Az *e\_ész.* a mérés valódi hibáját próbálja megbecsülni oly módon, hogy az adott mérés nélkül hajtja végre a kiegyenlítést és az így kapott koordinátákból visszaszámolja a mérési eredményt, majd az eredeti és a számított mérési eredmény különbségét veszi. Korlátozottan ez az érték is alkalmas lehet a durvahiba szűrésre, azonban ha több durvahibás mérés van a hálózatban, egyetlen mérés kihagyásával is torzított képet kapunk.

Az eredménylista legvégén kiemelve ismételten megkapjuk a durvahiba gyanús méréseket (2.9 lista).

Hibahatáron kívül eső mérések *****								
i	álláspont	irányzott pont	f[%]	v	v'	e-ész.	e-kie.	
=====				[mm ss]	=====	[mm ss]	==	
4	1	2 ir.	25.8	66.803	2.4 mk	148.7	81.9	

2.9. lista Kiegyenlítés eredménylista VII. rész

Tegyük helyre a hálózatunkat. Két probléma jelentkezett, egyrészt a súlyegység középhiba *a posteriori* értéke a megengedett tartományon kívül esik, másrészt van egy mérési eredményünk, mely durvahibásnak tűnik. Melyikkel kezdjük?

A durvahibás mérés általában megnöveli a súlyegység középhibát, mivel hatására a mérések javítása megnövekszik. Esetünkben, mivel a durvahibásnak minősített mérés statisztikája nem túl kiugró ( $2.4 > 1.9$ ), és a súlyegység középhiba jóval egy alatt van, először módosítsuk az *a priori* középhibákat.

Már korábban megnéztük, hogy külön *a posteriori* súlyegység középhibát számít az iránymérésekre és a távmérésekre a program (2.10 illetve 2.2 lista).

m0'/m0 (távolság): 0.413	m0'/m0 (irány): 0.428
Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az m0'/m0 értékben: 0.372	

2.10. lista Az *a posteriori* súlyegység középhibák mérés típusonként

Az alacsony *a posteriori* (egynél kisebb) súlyegység középhiba arra utal, hogy az *a priori* középhibák túl nagyok. Ez igaz a távolságokra és az irányokra is. Ezt a mérések *a posteriori* középhibáinak vizsgálata során is észrevehetjük. A távmérések *a posteriori* középhibája 1 mm alatt, az irányoké pedig 30-40" körül van. Mint korábban megjegyeztük, kis távolságokra általában a gyárinál kisebb távmérési középhibákkal számolhatunk, ezért csökkentjük a távmérés alap középhibáját 1 mm-re. Az irányméréseknél a rövid irányokra (200 m) vonatkozó képlet miatt egy 6 m hosszú irányra az *a priori* középhiba  $200 / 6 \times 3'' = 100''$  lesz. Ezt úgy csökkenthetjük, hogy a rövid irányra vonatkozó korlátot csökkentjük, mondjuk 50 m-re ( $60 / 6 \times 3'' = 30''$ ). A paraméterek módosítása után futtassuk újra a hálózatkiegyenlítést.

#### Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 1.44
- konfidencia szint 95 %

$m_0'$  aposteriori /  $m_0$  apriori: 1.436

95 % intervallum (0.646, 1.354) nem tartalmazza  $m_0'/m_0$  értéket

$m_0'/m_0$  (távolság): 1.306     $m_0'/m_0$  (irány): 1.361

Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az  $m_0'/m_0$  értékben: 1.162

Maximális studentizált javítás 2.41 eléri a kritikus értéket 1.93  
szignifikancia szint: 5 % észlelés: #4

<direction from="1" to="2" val=" 340-01-04.8720" stdev="27.5" />

#### 2.11. lista Módosított *a priori* középhibák után kapott súlyegység középhibák

A 2.11 listában szereplő statisztikai mérőszámokból láthatjuk, hogy mind az irány-, mind a távmérés *a posteriori* súlyegységének középhibája közel egyformán megnövekedett, de most egy kicsit felül lógunk ki a  $\chi^2$  (khi négyzet) próba elfogadási tartományából ( $1.436 > 1.354$ ). Vegyük azt is észre az utána szereplő sorban, hogy egy mérés elhagyásával elérhető csökkenés után már az elfogadott intervallumba kerülünk. Mint az előző futtatásnál, most is az 1-2 iránymérés akad fenn a mérésenkénti statisztikai vizsgálaton. A mérés kihagyására úgy van lehetőségünk, ha a mérési jegyzőkönyvből töröljük az irányértéket.

#### Megjegyzés:

Ha az 1-es álláspontról a 2-es pontra végzett mérést tartalmazó sort törölnénk, akkor a távmérést és a zenitszög mérést is kihagynánk, ami túlzás lenne.

Ezután megismételve a vízszintes kiegyenlítést az *a posteriori* súlyegység középhiba megfelelő (2.12 lista) és a hibaszűrés sem jelez kihagyandó mérést (mk megjelölés), bár a 4-3 irányérték statisztikája kicsit meghaladja a kritikus értéket ( $2.06 > 1.92$ ).



#### Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 1.17
- konfidencia szint 95 %

m0' aposteriori / m0 apriori: 1.168  
95 % intervallum (0.621, 1.379) m0'/m0 értéket tartalmazza  
m0'/m0 (távolság): 1.046 m0'/m0 (irány): 1.133

Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az m0'/m0 értékben:  
0.998

Maximális studentizált javítás 2.06 eléri a kritikus értéket 1.92  
szignifikancia szint: 5 % észlelés: #22  
<direction from="4" to="3" val=" 27-59-13.9560" stdev="36.9" />

#### 2.12. lista Az 1-2 iránymérés kihagyása utáni utáni súlyegység középhibák

Milyen haszonnal járt az *a priori* középhibák módosítása és egy iránymérés kihagyása? A pontok koordináta középhibái 0.4 mm-ről többségében 0.3 mm-re csökkentek. Ez 25%-os csökkenés, ami nem elhanyagolható. A mérések *a posteriori* középhibái is csökkentek a távméréseknél 0.7 mm-ről 0.6 mm-re, az irányméréseknél 5-10" csökkenés tapasztalható. A kiegyenlített koordinátákban szinte elhanyagolható néhány tized milliméter változás történt.

#### Haladóknak:

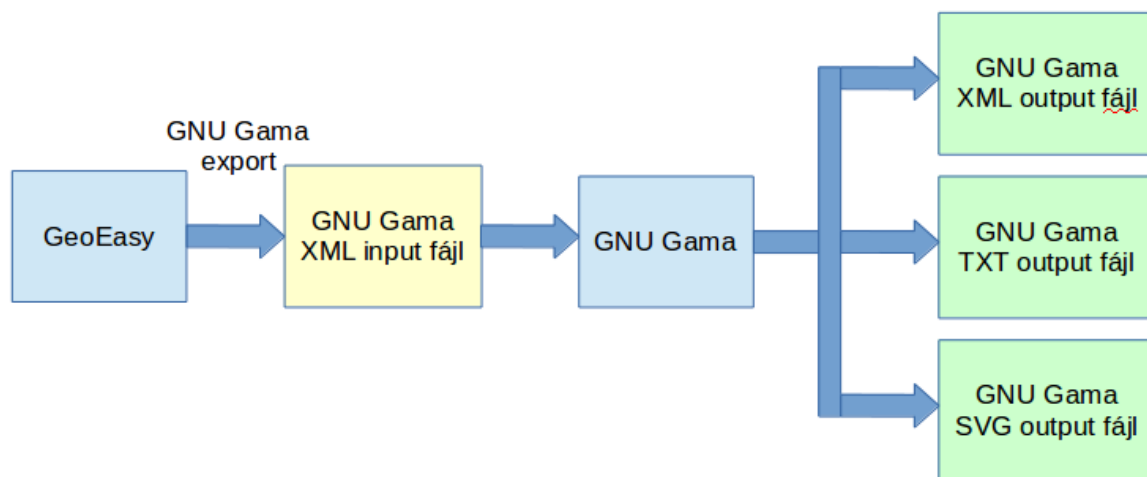
Az *a priori* középhibák beállítására a GeoEasy által nyújtott módszer nem minden esetben megfelelő. Amennyiben egyedileg szeretnénk az egyes mérések *a priori* középhibáit beállítani, akkor a GeoEasy-ből a **GNU Gama export...** menüponttal létrehozhatjuk a kiegyenlítéshez használt XML fájlt. Az XML fájl egy szöveges fájl (2.13 lista), melynek részletes leírását a GNU Gama dokumentációja tartalmazza. Ez a fájl egy egyszerű szövegszerkesztő programmal módosítható (pl. Jegyzettömb).

```
...  
<obs from="1">  
<distance to="2" val="6.550" stdev="3.020" />  
<distance to="3" val="6.652" stdev="3.020" />  
<distance to="4" val="3.528" stdev="3.011" />  
</obs>  
<obs from="1">  
<direction to="2" val="377.7978" stdev="283" />  
<direction to="3" val="15.1052" stdev="278" />  
<direction to="4" val="65.9028" stdev="525" />  
</obs>  
...
```

#### 2.13. lista GNU Gama XML input fájl részlet

A fenti példában az *stdev* attribútumok tartalmazzák a középhiba értékeket. Vigyázat: a GNU Gama az összes szögértéket GON-ban és azok középhibáit cc-ben (tízezred GON) várja! Egy másodperc kb. három cc.

Szintén a GNU Gama XML input fájljának a szerkesztésével érhetjük el, hogy egy pontnak csak az Y vagy az X koordinátája legyen rögzített (*ajd* illetve *fix* attribútumok).



#### 2.14. lista GNU Gama haladó használatának folyamata

Az XML fájl szerkesztése után a parancssorból indíthatjuk a GNU Gama programot, melyet a GeoEasy telepítési könyvtárában találunk meg. Tétélezzük fel, hogy a GeoEasy-t a C:\GeoEasy könyvtárba telepítettük és a feldolgozandó XML fájl (mikro4\_mg.g2d) az aktuális könyvtárban van. Ebben az esetben az alábbi paranccsal indíthatjuk a kiegyenlítést egy parancs ablakból.

```
C:\GeoEasy\gama-local64 mikro4_mg.g2d --language hu --angles 360 --text mikro4_mg.txt --svg mikro4_mg.svg
```

#### 2.15. lista GNU Gama indítása parancssorból

A fenti parancs magyar nyelvű, fok-perc-másodperc értékeket tartalmazó szöveges eredmény fájlt (mikro4\_mg.txt) és vektorgrafikus grafikus állományt hoz létre (mikro4\_mg.svg) az aktuális könyvtárba (2.12 ábra). Ebben az esetben a kiegyenlített koordináták nem kerülnek vissza automatikusan a GeoEasy koordináta-jegyzékbe.

### 3. Példák mérnökgeodéziai hálózatokra

---

#### 3.1. Felmérési hálózat szintezéssel

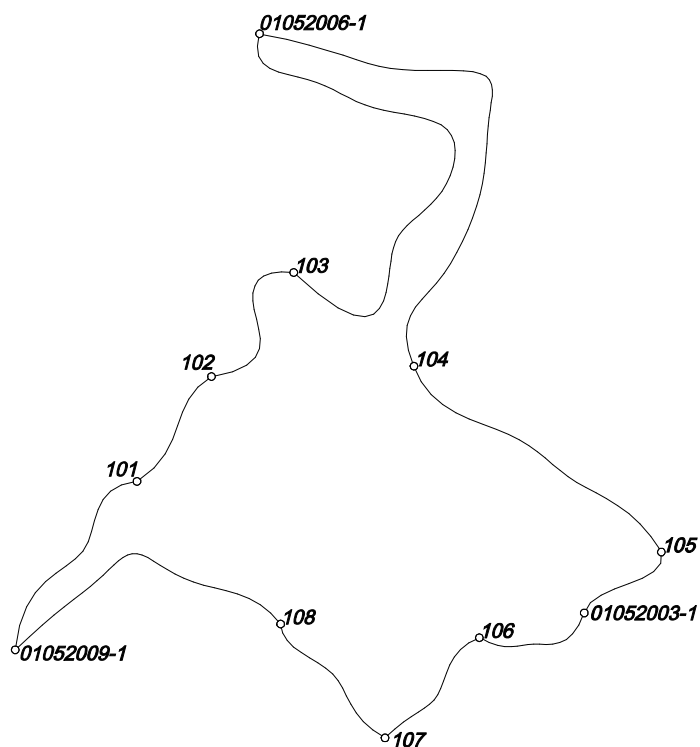
---

Feladatunk egy sűrűn beépített városi környezetben tervezési alaptérkép készítése a tervező számára. Néhány hektár alapterületű teljes tömb területét kell felmérnünk, a környező és belső utakat, közműveket, épületeket, a magasságilag jellemző pontokat, növényzetet stb. A munkaterület közelében három állami magassági alappont található, melyek egyben az EOMA pontjai is (3.1. ábra).

Helyes gyakorlatnak azt tekintjük, amikor a felmérési munkák hálózatát magassági értelemben a munkaterület közelében található EOMA (vagy annak hiányában Bendefy-féle) magassági alaphálózati pontokból vezetjük le. Célszerű több alappontot is bevonni; legalább három alappont bevonása esetén az alappontok esetleges elmozdulásai, hibái is kimutathatók. Helyes gyakorlatnak azt tartjuk, hogy minden esetben a környező magassági alappontok adatait a méréseket megelőzően kigyűjtjük – erre kiváló lehetőséget nyújt a [geoshop.hu](http://geoshop.hu) szolgáltatás –, a magassági alappontokat helyszíneljük és a meglévő, sérülésmentes pontok alapján vezetjük le a felmérési hálózat pontjainak magasságát.

Tehát a konkrét példa esetén a felmérési alapponthálózat pontjainak magassági értelmű meghatározását szintezéssel végeztük, a három EOMA pont között három magassági vonalat vezettünk, amelyek egy zárt hurkot alkotnak. A felmérési hálózat pontjai részben az útpályában elhelyezett hilti szögek, részben a környező épületek homlokzatain elhelyezett fóliák. A hilti szögek a magassági vonalak kötőpontjai is egyben (3.1. ábra).

A három vonal együttes hossza kb. 1.5 km. A szintezés végrehajtása egy irányban kb. fél napi terepmunkát igényel, a teljes felmérési munka időigényéhez képest ez elhanyagolható. A méréseket a mai kornak megfelelően digitális szintezőműszerrel célszerű végezni, a konkrét esetben a méréseket felsőrendű (szabatos) szintezőműszerrel végeztük, jóllehet a feladat nem indokolja felsőrendű műszer használatát, elegendő lenne a mérnöki kategóriájú szintezőműszer is. A műszersüllyedés hatásának csökkentése érdekében a méréseket hátra-előre-előre-hátra elrendezésben végeztük. A zárt hurok záróhibája 0.4 mm, ami a feladat szempontjából lényegében elhanyagolható (3.1 táblázat).



3.1. ábra A felmérési hálózat EOMA alappontjai és hilti szöggel megjelölt új pontjai

3.1. táblázat Magassági vonalak mérése

Kezdőpont	Végpont	Mért magasság-különbség [m]	Távolság [m]
01052003-1	01052006-1	+7.4453	580.5
01052006-1	01052009-1	-8.3191	445.3
01052009-1	01052003-1	+0.8742	511.2
	összesen	+0.0004	1537.0

A záróhibát a vonalak hosszának arányában szétosztottuk, majd az EOMA pontoknak a mérésünk alapján helyi rendszerű magasságokat számoltunk (3.2 táblázat)

3.2. táblázat Az EOMA pontok helyi rendszerű magassága

Pont	Javítás	Javított magasság	Helyi magasság
01052003-1	-0.0002	+7.4451	0.0000
01052006-1	-0.0001	-8.3192	+7.4451
01052009-1	-0.0001	+0.8741	-0.8741
összesen	-0.0004	0.0000	

Az eddigi számításokat számológéppel végeztük. A kerekítési hibákon belül egyező eredményt kapunk, amennyiben a számításokat GeoEasy szoftverrel, magassági kiegyenlítés funkcióval végezzük. Lényegesnek tartjuk, hogy a hálózatkiegyenlítést szabad hálózatként végezzük.

A kiegyenlítés előtt állítsuk a tizedesjegyek számát 4-re, hogy az adatainkat tized mm élességgel írja ki a szoftver. A szintezés kiegyenlítés előtti középhibáját állítsuk a műszer gyári specifikációjának megfelelő 0.4 mm/km értékre (3.2 ábra).

A méréseket a műszerből kiolvassuk, majd a GeoEasy szoftverbe töltjük, a kiegyenlítés előtti magasságokat a mérésből számítható nyers magasságkülönbségek alapján a műszer is kiszámolja, ezeket is be kell, hogy vigyük (az adatok a kiegy\_elott.geo állományban találhatók, a mérési jegyzőkönyv megjelenítéséhez válasszuk a *levelling* maszkot, 3.3 ábra). Megjegyezzük, hogy az első pont magasságának bevitele után a többi pont magasságát a szoftver kiszámolja az *Előzetes koordináták* számítása funkcióval.

Számítási paraméterek	
Vetületi redukció [mm/km]:	0.0
Átlagos tengerszint feletti magasság [m]:	0.0
Írány/zenit középhiba ["]:	3.0
Táv. középhiba [mm]:	3.0
Táv. középhiba [mm/km]:	3.0
Szintezési középhiba [mm/km]:	0.4
<input type="checkbox"/> Refrakció és földgömbület figyelembevétele	
Tizedesek száma az eredményekben:	4
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Mégsem"/>	

3.2. ábra Számítási paraméterek beállítása

Álláspont száma	Pontszám	Mag. kül. trigmag	Ferde távolság
Tájékoztató pont	Mag. kül. szintezés	Vízszintes távolság	
01052003-1			
01052003-1	01052006-1	7.4453	580.5000
01052006-1			
01052006-1	01052009-1	-8.3191	445.3000
01052009-1			
01052009-1	01052003-1	0.8742	511.2000

1/6

3.3. ábra Magassági vonalak mérési jegyzőkönyve

The screenshot shows a software window titled 'kiegy\_elott\_coo' with a menu bar containing 'Parancsok', 'Számítások', and 'Súgó'. Below the menu is a table with columns: 'Pontszám', 'Pont kód', 'Y', 'X', and 'Z'. The 'Y', 'X', and 'Z' columns are further labeled 'Előzetes Y', 'Előzetes X', and 'Előzetes Z' respectively. The table contains three rows of data:

Pontszám	Pont kód	Y	X	Z
		Előzetes Y	Előzetes X	Előzetes Z
01052003-1				0.0000
01052006-1				7.4453
01052009-1				-0.8738

At the bottom of the window, there is a status bar showing '1/3'.

3.4. ábra Előzetes magasságok

Válasszuk a **Magassági hálózatkiegyenlítés** funkciót. Mindhárom pontot ismeretlen pontként válasszuk ki, így a hálózatkiegyenlítés szempontjából ismert pontunk nincs a hálózatban. Ezzel biztosítjuk, hogy a hálózatot szabad hálózatként egyenlítjük ki.

A kiegyenlítés eredményei (3.1 lista) közül kiemeljük egyrészt a súlyegység kiegyenlítés utáni értékét, amely 1.12. Az érték nagyon közeli a súlyegység kiegyenlítés előtti középhibájához, ami a mérések helyes súlyozására, valamint durvahiba mentességére utal. Másrészt kiemeljük a kiegyenlített magasságok középhibáját (0.1 mm) és a kiegyenlített mérések (magasságkülönbségek) középhibáját (0.2 mm) – ezek az értékek a feladat szempontjából bőven megfelelőek. A kiegyenlített magasságok kis mértékben eltérnek a vonalszintezésből (számológéppel) számolt magasságoktól, ami arra vezethető vissza, hogy a szabad hálózatkiegyenlítés során minden pont kiegyenlítés előtti magassága kap javítást, míg a vonalszintezés során az első (01052003-1) pont magasságát 0.0000 méternek vettük fel. Feltehetjük a kérdést, hogy miért jobb ezt az egyszerű feladatot hálózatkiegyenlítéssel megoldani, mint a záróhiba egyszerű, szakaszhozzák arányában történő szétosztásával? Azért, mert a kiegyenlítésből a magasságok és a mérések középhibájára is becslést kapunk, jöllehet a kétféle számítás végeredménye a kerekítési hibákon belül egyezik.

#### Megjegyzés:

Ugyanezt a hálózatot egyenlítsük ki a 01052003-1 pont magasságának megkötésével. Vegyük észre, hogy a másik két pont kiegyenlített magassága érdemben nem változik, ugyanakkor az ismeretlen pontok kiegyenlített magasságának középhibája duplájára nő.

```

Hálózat leírás
*****
GeoEasy 1D network

A kiegyenlítés általános jellemzői
*****
Koordináták          xyz      xy      z

Kiegyenlített       :      0      0      3
Kényszerített *    :      0      0      3
Rögzített           :      0      0      0
-----
Összesen            :      0      0      3

Egyenletek száma    : 3                      Ismeretlenek száma: 3
Szabadságfok        : 1                      Hálózati defektus : 1

m0 apriori          : 1.00
m0' aposteriori:    1.12                      [pvv] : 1.25533e+00

Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 1.12
- konfidencia szint 95 %

m0' aposteriori / m0 apriori: 1.120
95 % intervallum (0.031, 2.241) m0'/m0 értéket tartalmazza

Maximális studentizált javítás 1.00 nem éri el a kritikus értéket 1.00
szignifikancia szint: 5 % észlelés: #1
<dh from="01052003-1" to="01052006-1" val="7.445" stdev="0.2" />

Kiegyenlített magasságok
*****
i      pont      előzetes      javítás      kiegy.      köz.kib      konf.i.
===== érték===== [m] ===== érték ===== [mm] ===

1      01052003-1 *      0.00000      0.00015      0.00015      0.1      1.5
2      01052006-1 *      7.44530      -0.00002      7.44528      0.1      1.4
3      01052009-1 *      -0.87380      -0.00012      -0.87392      0.1      1.3

Kiegyenlített mérések
*****
i      álláspont      irányzott pont      mért kiegyenlített      köz.hib      konf.i.
===== érték===== [m|d] ===== [mm|ss] ===

1      01052003-1      01052006-1 m.kül      7.44530      7.44513      0.2      2.5
2      01052006-1      01052009-1 m.kül      -8.31910      -8.31920      0.2      2.2
3      01052009-1      01052003-1 m.kül      .87420      0.87407      0.2      2.4

```

### 3.1. lista Magassági hálózatkiegyenlítés eredménye, számítási jegyzőkönyve

Ezután a helyi rendszerű magasságokat az EOMA pontok ismert magasságára transzformáltuk. A transzformáció valójában a helyi rendszerű magasságok eltolását

jelenti. A számítást végezhetjük akár számológéppel is, az ismert magasságokból kivonva a helyi rendszerű magasságokat kapjuk a két rendszer közötti eltolás értékét. Mivel a három pont súlyát egyformának tekinthetjük, a kiegyenlített transzformációs paraméter (eltolás) a három eltolás számtani középértékeként számítható. A számításokat végezhetjük GeoEasy szoftverrel is. Mentsük el a kiegyenlítés utáni magasságokat (kiegy\_utan.geo, 3.5 ábra) és egy új állományba vigyük be a pontok pontleírása alapján az EOMA magasságokat (eoma.geo, 3.6 ábra).

Pontszám	Pont kód	Y Előzetes Y	X Előzetes X	Z Előzetes Z
01052003-1				0.0001
01052006-1				7.4453
01052009-1				-0.8739

1/3

3.5. ábra Kiegyenlített magasságok

Töltsük be a kiegyenlítés utáni állományt, majd válasszuk a **Számítások** menü **Magassági transzformáció** menüpontját.

Pontszám	Pont kód	Y Előzetes Y	X Előzetes X	Z Előzetes Z
01052003-1				116.4630
01052006-1				123.8920
01052009-1				115.5740

1/3

3.6. ábra EOMA pontok ismert magassága

Válasszuk ki a pontok EOMA magasságát tartalmazó állományt, a transzformáció azonos pontjait, jelen esetben mind a három pontot. A transzformáció eredményeit az Eredmény ablakban találjuk (3.2 lista).



Pontszám	z	Z	dZ
$Z = z + 116.4525$			
01052003-1	0.0001	116.4630	-0.0104
01052006-1	7.4453	123.8920	0.0058
01052009-1	-0.8739	115.5740	0.0046
RMS= 0.007			

### 3.2. lista Magassági transzformáció jegyzőkönyve

A transzformáció eltolás értéke jelen esetben 116.4525 m. A transzformáció maradék ellentmondásai -10.4, +5.8 és 4.6 mm. A maradék ellentmondások az EOMA pontok ismert magasságának meghatározási hibáira (a kerethibákra), a pontok meghatározásuk óta eltelt elmozdulásaira, valamint a méréseink hibáira vezethetők vissza. Ezután a kiegyenlített magasságokat transzformáljuk, ezt legkönnyebben a **Koordináták** ablak **Parancsok** menü **Transzformálás** menüpontban tehetjük meg, a transzformáció paramétereit bemásolva (3.7 ábra).

3.7. ábra Magassági transzformáció

A transzformált magasságokat külön állományban elmenthetjük, a felmérési munkákhoz ezeket a magasságokat használjuk a továbbiakban. Így a felmérési hálózatunk mindhárom EOMA ponthoz lényegében egy centiméteren belül illeszkedik (3.8 ábra), illetve feloldottuk az ismert magasságok és a méréseink közötti ellentmondásokat is.

Pontszám	Pont kód	Y Előzetes Y	X Előzetes X	Z Előzetes Z
01052003-1				116.4527
01052006-1				123.8978
01052009-1				115.5786

1/3

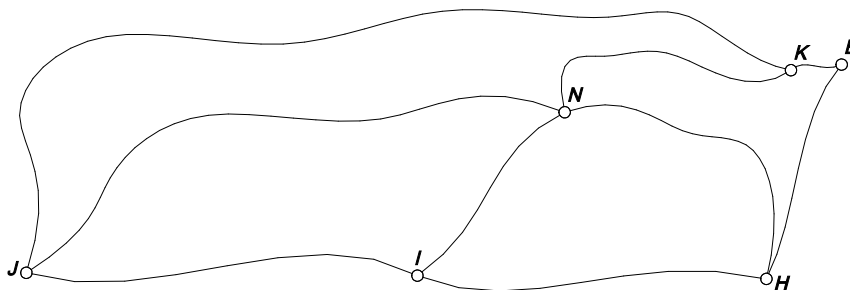
3.8. ábra Transzformált magasságok

A felmérési hálózat hilti szöggel jelölt pontjait a magassági vonalak kötőpontjainak számításával határozzuk meg.

A kivitelezési munkák előtt célszerű a méréseket ellenőrzésül megismételni, így az EOMA és a felmérési pontok felmérés és kivitelezés között eltelt időszakban bekövetkezett esetleges elmozdulásait tudjuk kimutatni. Amennyiben elmozdulás nem mutatható ki, a kivitelezési hálózat meghatározásához a felmérési hálózat magasságaiból indulunk ki. Így biztosítható a felmérési és kivitelezési hálózat közötti geometriai összhang, valamint a felmérési és kivitelezési hálózatok illesztése az állami magassági alapponthálózatba.

### 3.2. Szintezési hálózat kiegyenlítése

Egy ipartelepen a magassági alapponthálózat pontjai mozdulatlanságának ellenőrzése a feladatunk. Rendelkezésünkre áll az alapponthálózat korábbi, több évvel ezelőtt végzett meghatározása, tekintsük ezt alappmérésnek. A feladat megoldása érdekében a hálózatot újramérjük. Az alappontokat később, az épületek süllyedésmérése során, referenciapontként kívánjuk felhasználni, ezért az alappontok magasságának elvárt pontossága néhány tized mm. A hálózatban 6 pontot és közöttük 9 magassági vonalat mértünk meg felsőrendű szintezéssel (3.9. ábra).



3.9. ábra Ipartelepi magassági hálózat és a mért vonalak

A méréshez felsőrendű digitális szintezőműszert használtunk, melynek gyári specifikációja alapján az oda-vissza mérések *a priori* középhibája  $\pm 0.3$  mm/km. A mérés előtt a műszert akkreditált laboratóriumban vizsgálták meg és besabályozták. A mérés során a kötőpontok aszfaltban elhelyezett hilti szegek voltak, a műszerállások helyét mérőszalaggal tűztük ki, egy műszerálláson belül egyenlő műszer-léc távolság alkalmazásával. A műszer-léc távolság jellemző értéke 25-30 m közötti. A méréshez invárbetétes szintezőlécet alkalmaztunk, melyet a leolvasás idejére kitámasztó botokkal tartottunk meg. A mérés előtt a lécek szelencés libelláit ellenőriztük, szükség esetén igazítottuk. A méréseket hátra-előre-előre-hátra elrendezésben végeztük, egy-egy leolvasást a műszer háromszori ismételts átlagaként rögzített. A méréseket a szabatos szintezésre alkalmas időjárási körülmények között végeztük.

3.3. táblázat Mért magassági vonalak

Kezdőpont	Végpont	Távolság [m]	Magasságkülönbség [m]		
			oda	vissza	közép
B	H	232	+0.4499	-0.4497	+0.4498
H	I	240	-0.0739	+0.0739	-0.0739
I	J	416	+0.0642	-0.0641	+0.0642
I	N	186	-0.1049	+0.1049	-0.1049
K	B	90	-0.2690	+0.2689	-0.2690
K	N	215	+0.0024	-0.0022	+0.0023
J	K	806	-0.1712	+0.1714	-0.1713
N	H	408	+0.1785	-0.1782	+0.1784
N	J	634	+0.1687	-0.1685	+0.1686

A mérések első ellenőrzése az oda-vissza mérések összehasonlítása. Az eltérések értéke minden esetben jóval kisebb, mint az M2 Tervezési segédletben szereplő elsőrendű vonalakra vonatkozó megengedett érték ( $1.2 \cdot \sqrt{t[km]}$ ). A továbbiakban az oda-vissza mért magasságkülönbségek számtani középértékével számolunk.

3.4. táblázat Oda és vissza irányban mért magasságkülönbségek eltérései

Kezdőpont	Végpont	Távolság [m]	Oda-vissza mért értékek eltérése [mm]	Megengedett eltérés [mm]
B	H	232	+0.2	0.6
H	I	240	0.0	0.6
I	J	416	+0.1	0.8
I	N	186	-0.0	0.5
K	B	90	-0.1	0.4
K	N	215	+0.2	0.6
J	K	806	+0.2	1.1
N	H	408	+0.3	0.8
N	J	634	+0.2	1.0

A mérések második ellenőrzése a független körzárások elemzése. A körzárások értéke minden esetben jóval kisebb, mint az M2 Tervezési Segédletben szereplő elsőrendű vonalakra vonatkozó megengedett érték ( $2.0 \cdot \sqrt{t[km]}$ ).

3.5. táblázat Körzárások elemzése

Körök	Távolság [m]	Körzárás [mm]	Megengedett eltérés [mm]
B-H-N-K-B	945	+0.2	1.9
N-H-I-N	834	-0.5	1.8
N-J-I-N	1236	-0.5	2.2
N-J-K-N	1655	-0.4	2.6

Előzetes magasságnak az alapmérés során meghatározott magasságokat tekintjük. A hálózatot szabad hálózatként egyenlítjük ki. Az egyenletek száma 9, hiszen 9 magassági vonalat mértünk. Az ismeretlenek száma 6, hiszen 6 alappont magasságát határozzuk meg. A súlyegység középhibájának kiegyenlítés utáni értéke 1.75.

3.6. táblázat Előzetes és kiegyenlített magasságok és középhibák

Pont	Előzetes magasság [m]	Előzetes magasságok változása [mm]	Kiegyenlített magasság [m]	Középhiba [mm]
B	96.2547	-0.1	96.2546	0.1
H	96.7043	+0.1	96.7044	0.1
I	96.6307	0.0	96.6307	0.1
J	96.6950	-0.2	96.6948	0.1
K	96.5234	+0.2	96.5236	0.1
N	96.5258	+0.1	96.5259	0.1

A kiegyenlítés során a mért magasságkülönbségek nagyon kicsi (átlagosan 0.1 mm-es) javításokat kapnak, a legnagyobb javítás értéke is kisebb, mint 0.3 mm. Ez gondos mérésekre utal.

3.7. táblázat Javítások, kiegyenlített magasságok és középhibái

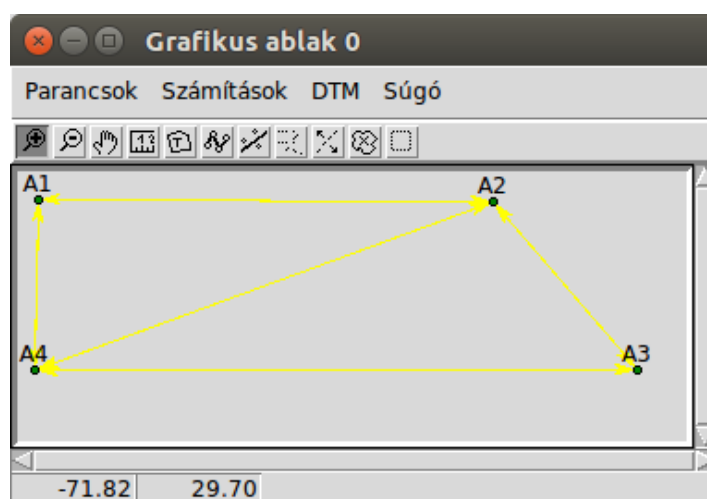
Kezdőpont	Végpont	Mért magasság-különbség [m]	Javítás [mm]	Kiegyenlített magasság-különbség [m]	Középhiba [mm]
B	H	+0.4498	+0.1	+0.4499	0.1
H	I	-0.0739	+0.1	-0.0738	0.1
I	J	+0.0642	-0.1	+0.0641	0.2
I	N	-0.1049	+0.1	-0.1048	0.1
K	B	-0.2690	+0.0	-0.2690	0.0
K	N	+0.0023	0.0	+0.0023	0.1
J	K	-0.1713	+0.1	-0.1712	0.2
N	H	+0.1784	+0.2	+0.1786	0.1
N	J	+0.1686	+0.3	+0.1689	0.2

A kiegyenlített magasságokat az alpmérés során meghatározott magasságokra transzformáljuk, ezzel biztosítjuk az alpmérés és az újonnan végzett meghatározás összhangját. A transzformáció valójában magassági értelemben végzett eltolás. A transzformáció egyetlen paramétere az imént kiegyenlített, valamint az alpmérés során meghatározott magasságok különbségének, azaz az előzetes magasságok változásának mediánja, jelen esetben 0.0 mm. Megjegyezzük, hogy a transzformáció paramétere lehetne a különbségek számtani középértéke is, amely érzékenyebb az alappontok esetleges elmozdulására. A számtani középérték esetünkben szintén 0.0 mm. Az alpmérés és az imént transzformált magasságok, valamint azok becsült középhibáinak statisztikai elemzése alapján dönthető el, hogy az egyes alappontok az alpmérés során elmozdultak-e vagy mozdulatlanak tekinthetők.

### 3.3. Szabatos, négyponthálózat pillérek

Ipartelepen deformációvizsgálathoz négy, pillérrel állandósított pontból álló, irány- és távmérési hálózatot létesítettünk (3.10 ábra). A pillérekén kényszerközpontosan helyeztük el a műszert illetve a prizmákat. A méréseket 1" és 1 mm + 1.5 ppm pontossággal jellemezhető mérőállomással végeztük, két távcsőállásban (lásd piller4.geo állomány). A mérések megkezdése előtt a műszer belső kalibrációs programját futtattuk a kollimációhiba, az indexhiba, a fekvőtengely ferdeségi hiba és automatikus irányzó rendszer hibájának meghatározásához illetve beállításához. A prizmák irányzásakor a műszer ATR irányzás-pontosító rendszerét használtuk, ezért a rövid irányokra sem romlik az iránymérési középhiba. (GeoEasy-vel történő

feldolgozás esetén a rövid irányokra vonatkozó korlátot állítsuk nullára). Az A1-A3 irány nem mérhető egy építmény miatt (lásd. 3.4 ábra), így a hálózatban 11 fölősmérés van. A hibaszűréshez a valószínűségi szintet állítsuk 99%-ra (0.99). A vízszintes kiegyenlítést szabad hálózatként hajtsuk végre. A kiegyenlítés eredményét elemezve azt tapasztalhatjuk, hogy a pont középhibák 0.3-0.4 mm-esek, statisztikailag durvahiba nem mutatható ki, a súlyegység középhiba kicsit nagyobb, mint az elfogadható tartomány felső értéke ( $1.62 > 1.56$ ). Az iránymérésekből és a távmérésekből külön-külön levezetett súlyegység középhibák 0.4 illetve 3.2 értékűek és arra utalnak, hogy a súlyviszonyok nem teljesen helyesek, az *a priori* távmérési középhibák nagyobbak, az iránymérési *a priori* középhibák kisebbek, mint a kiegyenlítésből becsültek. Ezt igazolja az is, ha a mérések *a posteriori* középhibáit nézzük. A távmérések *a posteriori* középhibáinak átlaga 0.7 mm, az irányméréseké pedig 1.4". A kiegyenlített koordinátákat a 3.9 táblázat tartalmazza.



3.10. ábra Négypilléres hálózat

3.8. táblázat Kiegyenlített koordináták és középhibáik (első változat)

Pont	Y [m]	mY [mm]	X [m]	mX [mm]
A1	-87.4919	0.4	24.9440	0.3
A2	-20.9408	0.4	24.5781	0.3
A3	0.0018	0.5	0.0020	0.3
A4	-87.9272	0.4	-0.0062	0.3

A mozgásvizsgálati mérések során milliméter alatti változások kimutatását kellett megoldani, ehhez a 0.3-0.4 mm-es koordináta középhibák nem megfelelőek, mivel a koordinátákhoz tartozó konfidencia intervallumok 1 mm körülire adódnak. Milyen lehetőségeink vannak a kiegyenlített koordináták középhibáinak csökkentésére?

Használhatunk nagyobb megbízhatóságú műszert, vannak már 0.5" és 0.6 mm + 1 ppm középphibával rendelkező mérőállomások, ez viszont a költségeket nagymértékben növelné. Növelhetnénk a fölösmérések számát, ettől is csökkenne a középphiba, ez az adott hálózatban az A1-A3 irány mérésével valósulhatna meg és kettővel nőne a fölös mérések száma, de az irányt takaró objektum elbontására nem volt lehetőségünk. Elméletileg szóba jöhetne még a hálózati geometria javítása, ha nem már elkészített pillérekről lenne szó. A méréseket több fordulóban végezve is csökkenthetnénk a kiegyenlített koordináták középphibáját, ebben a helyzetben ez azt jelenti, hogy ki kellene menni a terepre és újabb méréseket végezni a hálózatban, majd a kiegyenlítést a korábbi és az újabb mérésekkel együttesen elvégezni.

A fenti megoldások közül választás előtt gondolkozzunk egy kicsit. Bár a kiegyenlítés eredménye elfogadhatónak látszik, az eredményekből észrevehettük, hogy a távmérések alul, az iránymérések pedig felül súlyozottak, viszont együttesen elfogadható értéket adnak. Ez olyasmi, mint amikor a kórházban a betegek átlaghőmérséklete normális, ami úgy is előállhat, hogy sokan lázasak míg néhányan ...

A hálózatkiegyenlítés során az *a priori* középphibák pontos ismerete alapvető; ezek nem minden esetben és körülmények között egyeznek a gyártók által megadott értékekkel, célszerű ezeket nagyobb számban (20-30) megismételt mérésekből, tapasztalati úton is levezetni. Az adott műszerrel szerzett tapasztalataink alapján 100 méternél rövidebb távolságokra 0.5-07 mm-es középphibát is tud, viszont még ATR-el sem éri el a rövid irányokra az 1"-es iránymérési középphibát. Ismételjük meg a kiegyenlítést 0.5 mm és 3" középphibákkal, melyeket tehát nem „hasraütésre” vettünk fel, hanem a tapasztalataink alapján, a műszerrel végzett nagyszámú mérésből vezettünk le. A 3.9 táblázat eredményeit hasonlítsuk össze a korábbi kiegyenlítés eredményeivel a 3.8 táblázatban.

3.9. táblázat Koordináták és középphibáik módosított *a priori* középphibák használatával

Pont	Y [m]	mY [mm]	X [m]	mX [mm]
A1	-87.4919	0.1	24.9443	0.1
A2	-20.9408	0.1	24.5779	0.1
A3	0.0018	0.2	0.0022	0.1
A4	-87.9272	0.1	-0.0065	0.1

Az Y koordináták ugyanazok a két kiegyenlítésből, az X koordináták 0.2-0.3 mm-rel megváltoztak (a konfidencia intervallumok mérete alapján ezt nem is mondhatjuk feltétlenül változásnak), viszont az *a posteriori* koordináta középphibáink harmadára negyedére csökkentek.

A fenti hálózatban a jelmagasságok és a műszermagasságok is rendelkezésre állnak a zenitszögekkel együtt, így 3D-s kiegyenlítésre is lehetőségünk van. Futtassuk le a kiegyenlítést 3D-s szabad hálózatként a pontosított paraméterekkel. 0.3 mm-es vízszintes és 0.3-0.4 mm-es magassági középhibákat kapunk (3.10 táblázat). Ennek a középhiba növekedésnek az oka, hogy a műszer- illetve jelmagasságokat milliméter élességgel mértük 0.5-1 mm-es megbízhatósággal, viszont a hálózatkiegyenlítő program ezt nem tudja figyelembe venni, a jel- és műszermagasságokat hibátlannak tekinti. A legkisebb négyzetek módszere pedig „szétkeni” a hibákat az összes ismeretlenre, így a vízszintes koordinátákra is.

3.10. táblázat Koordináták és középhibáik 3D-s kiegyenlítés esetén

Pont	Y [m]	mY [mm]	X [m]	mX [mm]	Z [m]	mZ [mm]
A1	-87.4918	0.3	24.9442	0.3	9.9996	0.4
A2	-20.9409	0.3	24.5780	0.3	10.1257	0.3
A3	0.0018	0.3	0.0021	0.2	10.2694	0.4
A4	-87.9271	0.2	-0.0064	0.3	9.9944	0.3

Végezzük el a pontok magasságának meghatározását 1D-s kiegyenlítéssel is. Bár a kiegyenlített magasságok 0.1-0.2 mm-rel változnak, a magasságok középhibái fél milliméteresre növekednek (3.11 táblázat), ami nagyobb részt a műszer- és jelmagasság-mérés pontatlanságának a következménye. A jelmagasság pontosabb meghatározására léteznek szabatosabb módszerek a szakmai gyakorlatban, ezeket itt azért nem alkalmaztuk, mert vízszintes irányú elmozdulás kimutatása volt a feladat.

3.11. táblázat Magassági hálózatkiegyenlítés

Pont	Z [m]	mZ [mm]
A1	9.9998	0.5
A2	10.1257	0.5
A3	10.2692	0.6
A4	9.9943	0.5

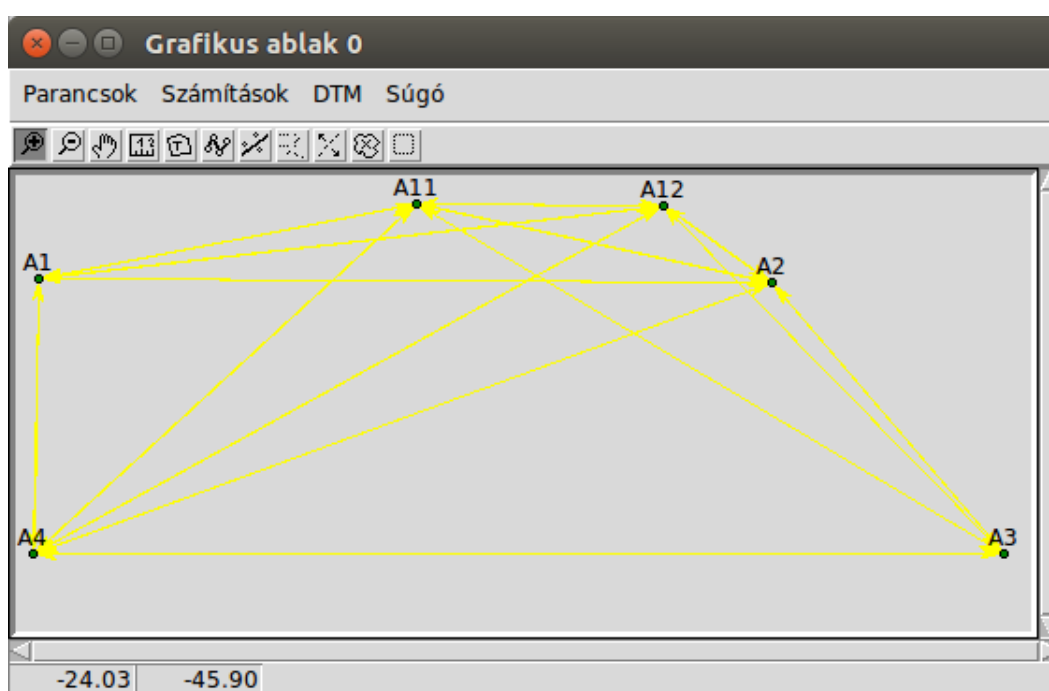
#### Haladóknak:

Az előző négypilléres hálózatnak van egy hatpilléres változata, melynek különlegessége, hogy két pont (A11 és A12) mintegy 20 méterrel magasabban helyezkedik el mint a többi (lásd piller6.geo állomány illetve 3.11 ábra). A vízszintes kiegyenlítést szabad hálózatként hajtsuk végre, már az előzőekben használt 3" és 0.5



mm *a priori* középhibákkal. A kiegyenlítés eredményét elemezve azt tapasztalhatjuk, hogy egy meredek távolságot kihagyat velünk a durvahiba szűrés (A12-A2 távolság). Bár már további durva hibát nem jelez a kiegyenlítés, az *a posteriori* súlyegység középhiba még túl nagy ( $1.58 > 1.27$ ) és ez igaz akkor is, ha külön-külön nézzük a távmérésekre és az iránymérésekre (1.41 illetve 1.73). Ebből arra következtethetünk, hogy a meredek irányokra az *a priori* középhibák még kicsik. A meredek irányokra eltérő középhibát a GeoEasy-ben nem tudunk beállítani, ezt csak az XML fájl szerkesztésével lehet elérni (lásd a 2. fejezet haladóknak szóló részét).

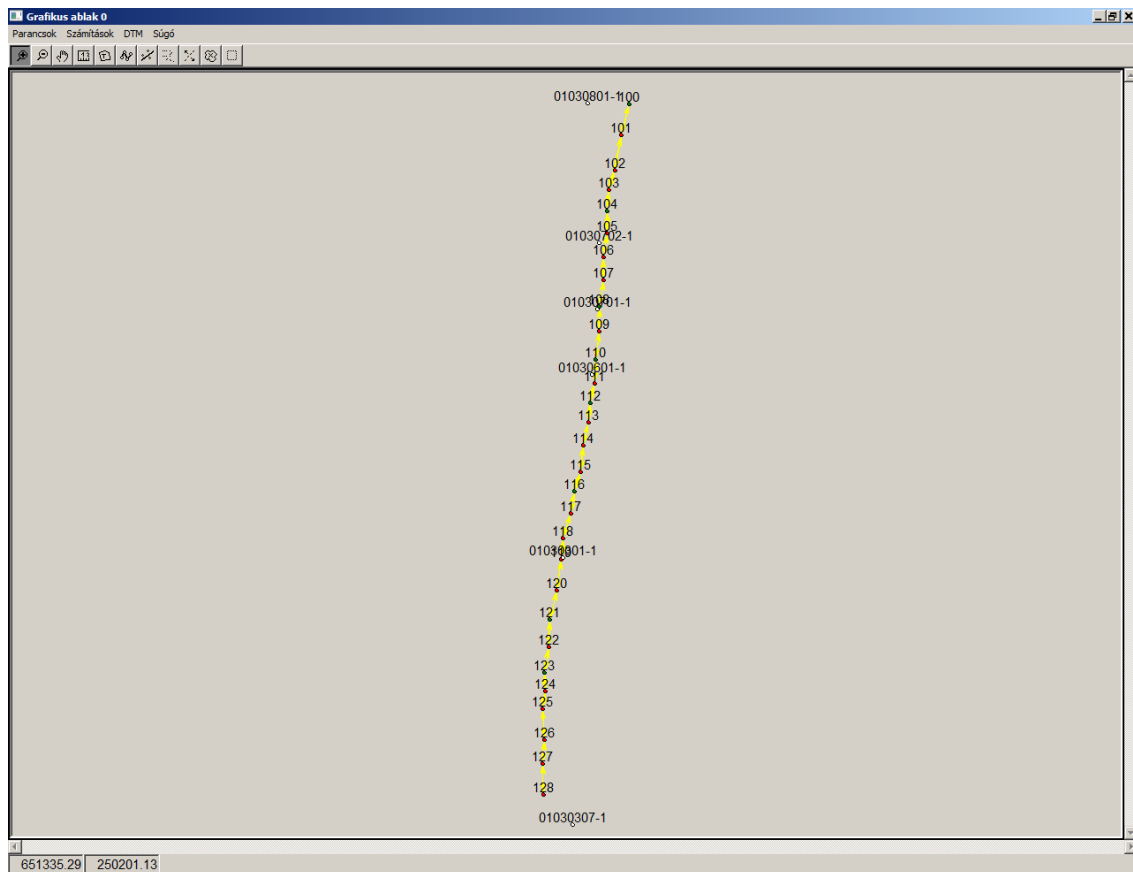
A meredek irányok problémáját az is igazolja, hogy a hatpontosra bővített hálózatban a durvahiba szűrés után is zömében duplájára növekedtek a koordináta középhibák.



3.11. ábra Hatpilléres hálózat

### 3.4. Vonalas létesítmény felmérésének hálózata

Ebben a fejezetben egy kb. 3.2 km hosszú vonalas létesítmény felmérésének alapponthálózatát mutatjuk be (3.12 ábra). A munkaterület viszonylag sűrűn beépített kertvárosias környezetben található. A felmérés alapján útburkolat felújítását tervezik majd, azaz a felmérés alapponthálózatával szemben vízszintes értelemben néhány cm-es, magassági értelemben mm-es pontosság az elvárás. A felmérési alapponthálózat pontjait az út mentén húzódó járda aszfaltburkolatában edzett (pl. hilti) szegekkel állandósítjuk, kb. 100 méterenként. A felmérési alappontok vízszintes koordinátáit meghatározhatjuk akár GNSS-technikával is. Szerencsés módon a munkaterület két végén, valamint közepe táján is található mérésre alkalmas országos magassági alappontok, amelyeket falicsapként állandósítottak és egyben az EOMA pontjai is.



3.12. ábra A felmérési alappontok és a magassági alappontok pontvázlata

A felmérési alapponthálózat pontjai magasságának meghatározása történhet klasszikusan (mérnöki) szintezéssel. Azaz magassági vonalakat vezetünk az összes állami alappont, illetve felmérési alappontok bevonásával, a méréseket vonalszintezésként hajtjuk végre, illetve dolgozzuk fel. A magassági vonalak záróhibái kellő tájékoztatást adnak a mérések pontosságára, valamint az alappontok mozdulatlanságára vonatkozóan. Egy másik módszer lehet, amikor minden egyes felmérési alapponton felállítva a mérőállomást trigonometriai magasságméréssel megmérjük a szomszédos pontokra vonatkozó magasságkülönbséget, majd a magasságkülönbségekből magassági vonalat alkotva magassági vonalként határozzuk meg a pontok magasságát. A prizmákat a felmérési alappontokon elhelyezhetjük műszerállványon (kényszerközpontosan) vagy prizmaboton vasfiguránssal megtámasztva. Fontos, hogy ebben az esetben a prizmákra szerelt szelencés libellák igazítottóságát a mérés előtt ellenőrizzük, szükség esetén a libellákat szabályozzuk. Fontos továbbá a jelmagasságok és műszermagasságok mm pontosságú mérése, (a műszermagasság méréséhez ajánlott speciális mérőszalagok mindezt lehetővé teszik). Ez tehát azt jelenti, hogy a szomszédos felmérési alappontok magasságkülönbségét oda-vissza megmérve kaphatjuk meg, az oda vissza mérések eltérése jellemzi a méréseink pontosságát. A méréseink pontosságát, valamint az alappontok

mozdulatlanságát a trigonometriai magassági vonalak záróhibája is jellemzi. Az alábbi 3.3 lista az egyik magassági vonal számítási jegyzőkönyvét mutatja be.

A magassági vonalba bekapcsoljuk az állami alappontokat is, ezekre értelemszerűen műszerrel nem tudunk felállni, tehát a vonal első és utolsó magasságkülönbsége csak egyszer lesz megmérve. Emiatt ezeket a méréseket különös gondossággal hatjuk végre, indokolt esetben a méréseket a műszerhorizont megváltoztatásával megismételjük.

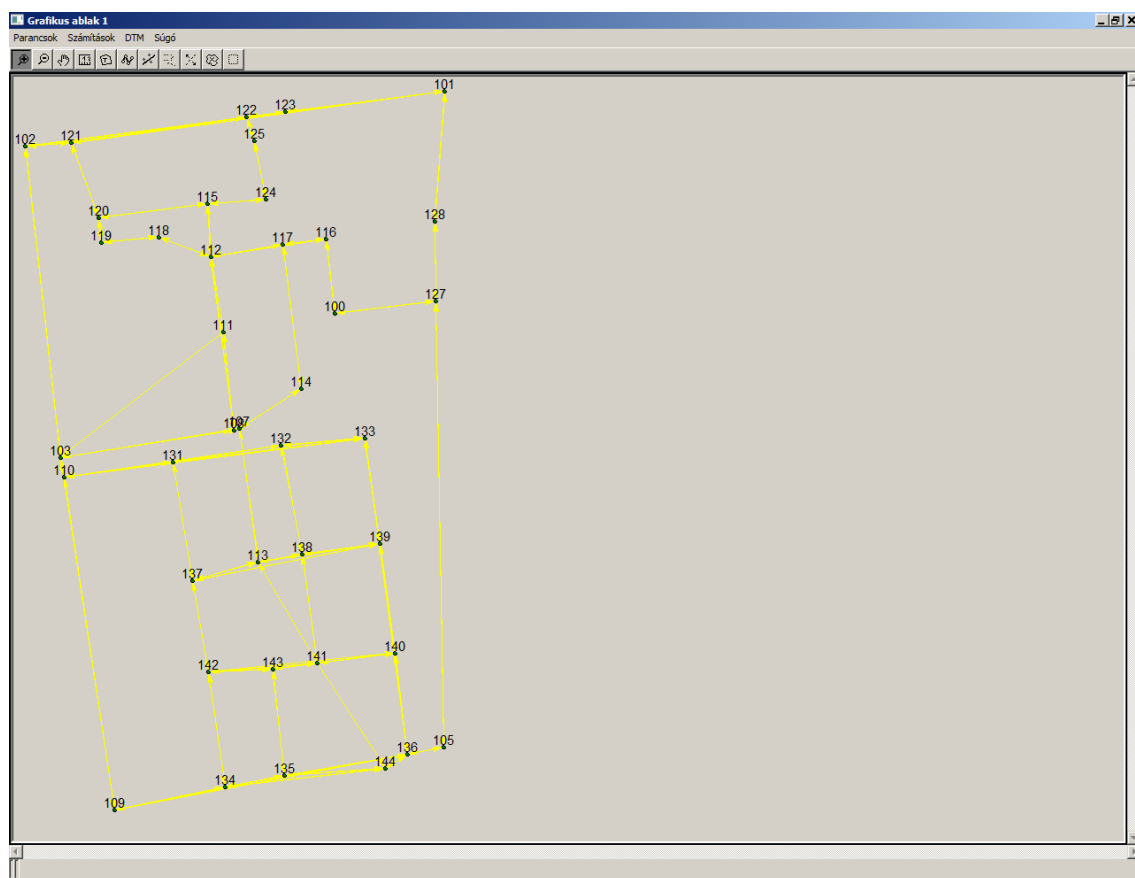
2016.11.14 18:44 - Magassági vonal						
Magasságkülönbségek						
Pontszám	Távolság	Oda	Vissza	Átlag	Javítás	Magasság
01030601-1						104.241
	41.976	-	-0.153	0.153	0.000	
111						104.394
	93.404	-0.319	0.313	-0.316	0.001	
112						104.079
	93.489	1.313	-1.319	1.316	0.001	
113						105.396
	109.974	-1.348	1.342	-1.345	0.001	
114						104.053
	122.240	1.329	-1.337	1.333	0.002	
115						105.387
	97.546	-1.295	1.285	-1.290	0.001	
116						104.098
	102.211	1.473	-1.485	1.479	0.001	
117						105.578
	121.259	-1.148	1.136	-1.142	0.002	
118						104.438
	99.593	0.181	-0.190	0.186	0.001	
119						104.625
	37.986	0.096	-	0.096	0.000	
01030301-1						104.721
	919.677			0.469	0.011	0.480
Hibahatár:	0.044					

3.3. lista A vonalösszeállítás (trigonometriai magassági vonal számítása)

## 3.5. Fejlesztési terület felmérési hálózata

Ebben a fejezetben egy fejlesztési terület felmérésének alapponthálózatát mutatjuk be (3.13 ábra). A terület mintegy 11 hektár alapterületű, igen részletgazdag, számos épület, út, parkoló, rengeteg közmű, értékes fa található itt, és az építész tervezők számára bemérendők. 98 terepi és 40 irodai napot töltöttünk felméréssel, ebből 8 napot az alappontsűrítéssel. 40 felmérési alappontot állandósítottunk a burkolatban edzett szegekkel, ebből 11 pont meghatározását RTK GNSS-technikával végeztük. Továbbá 9 pont magasságát a környező állami alappontok bevonásával, szintezéssel határoztuk meg. Az összes felmérési alapponton mérőállomással felálltunk, majd az összelátszó szomszédos alappontokra (álláspontonként jellemzően 3-4 pontra) irány-

és távmérést végeztünk. A bemérendő alappontokon mini prizmát helyeztünk el, törekedtünk az alacsony jelmagasságra, a prizmákat vasfiguránssal támasztottuk meg, a prizmák szelencés libelláinak igazítottságát a mérés előtt ellenőriztük.



3.13. ábra A felmérési alapponthálózat egy része

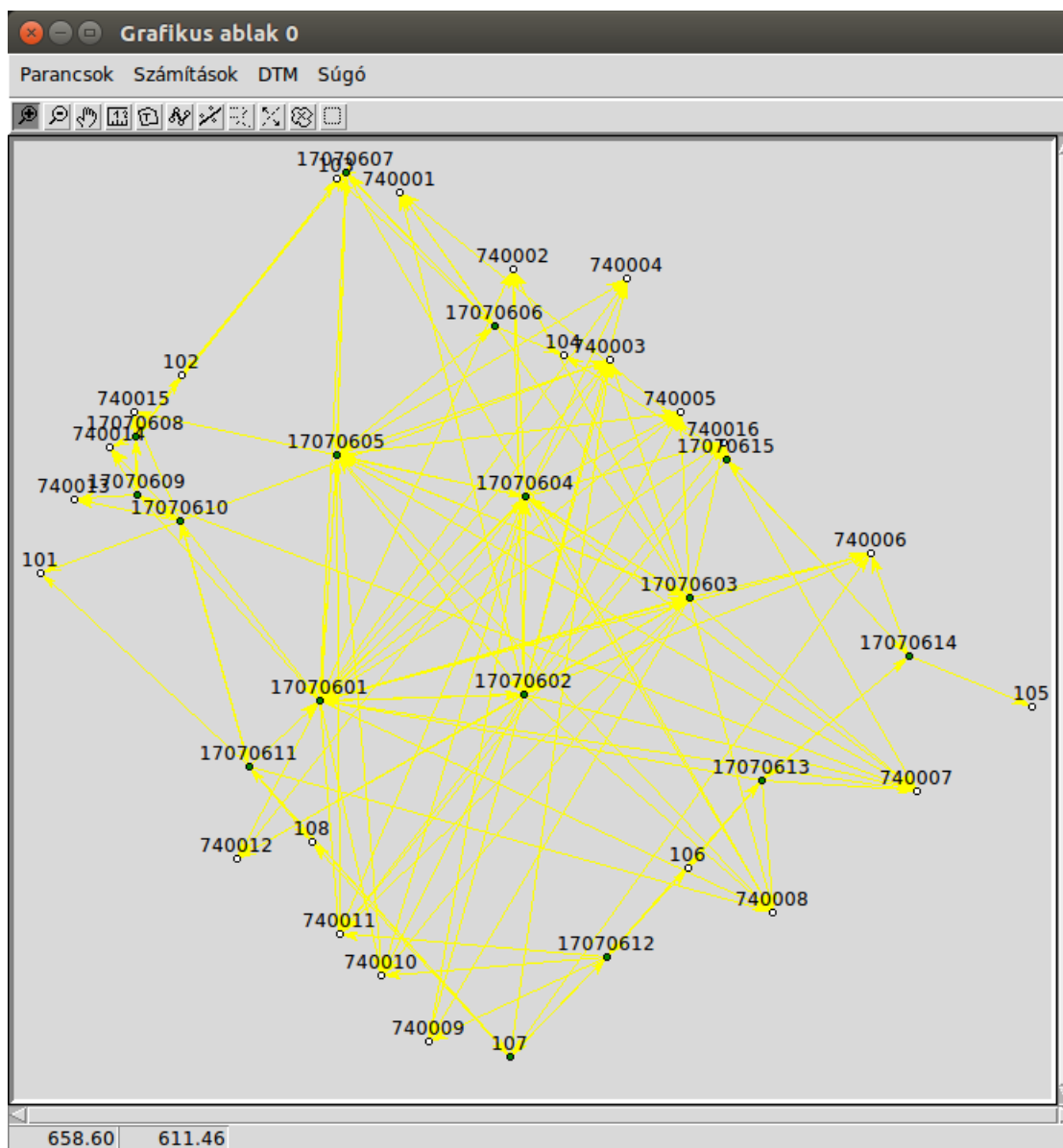
A hálózatot szabad hálózatként egyenlítettük ki, mind vízszintes, mind magassági értelemben. A vízszintes hálózatban a maximális helyzeti középhiba 3 mm, az átlagos helyzeti középhiba 2.1 mm. A kiegyenlített koordinátákat a GNSS-technikával meghatározott koordinátákra transzformáljuk, a maradék ellentmondások értéke 10 mm körüli. Ezzel biztosítjuk, hogy a felmérési hálózatunk illeszkedik az Egységes Országos Vízszintes Alapponthálózathoz. Hasonló módon a hálózatot magassági értelemben is szabad hálózatként egyenlítjük ki, a magasságokat a szintezéssel meghatározott alappontokra transzformáljuk.

## 3.6. Irodaház építési hálózata

### 3.6.1. Vízszintes hálózat

Feladatunk egy 200×200 méter területű építkezés építési alapponthálózatának létrehozása. A terület három oldalról épületekkel körbehatárolt, városi környezetben van. A felmérési hálózat egyes pontjai megtalálhatók (101-108 pontok) és használható

állapotban vannak, azonban a kivitelezés során egyrészt nagy valószínűséggel el fognak pusztulni, másrészt hozzáférhetőségük is kérdéses lesz. Mindezekre tekintettel új pontok telepítésére van szükség, amelyeket a területre néző épületek homlokzatain helyezünk el. Az építési helyszínt körbevéve, összesen 15 db 40×40 mm-es fényvisszaverő fóliát rögzítünk úgy, hogy a későbbiekben bármilyen műszerállásból legalább 4 fólia mérhető legyen (3.14 ábra). Emellett a hálózat 15 „vesztett” pontot (170706 kezdetű pontszámok) tartalmaz. A vesztett pontokon kényszerközpontosítással helyeztünk el műszert illetve prizmat.

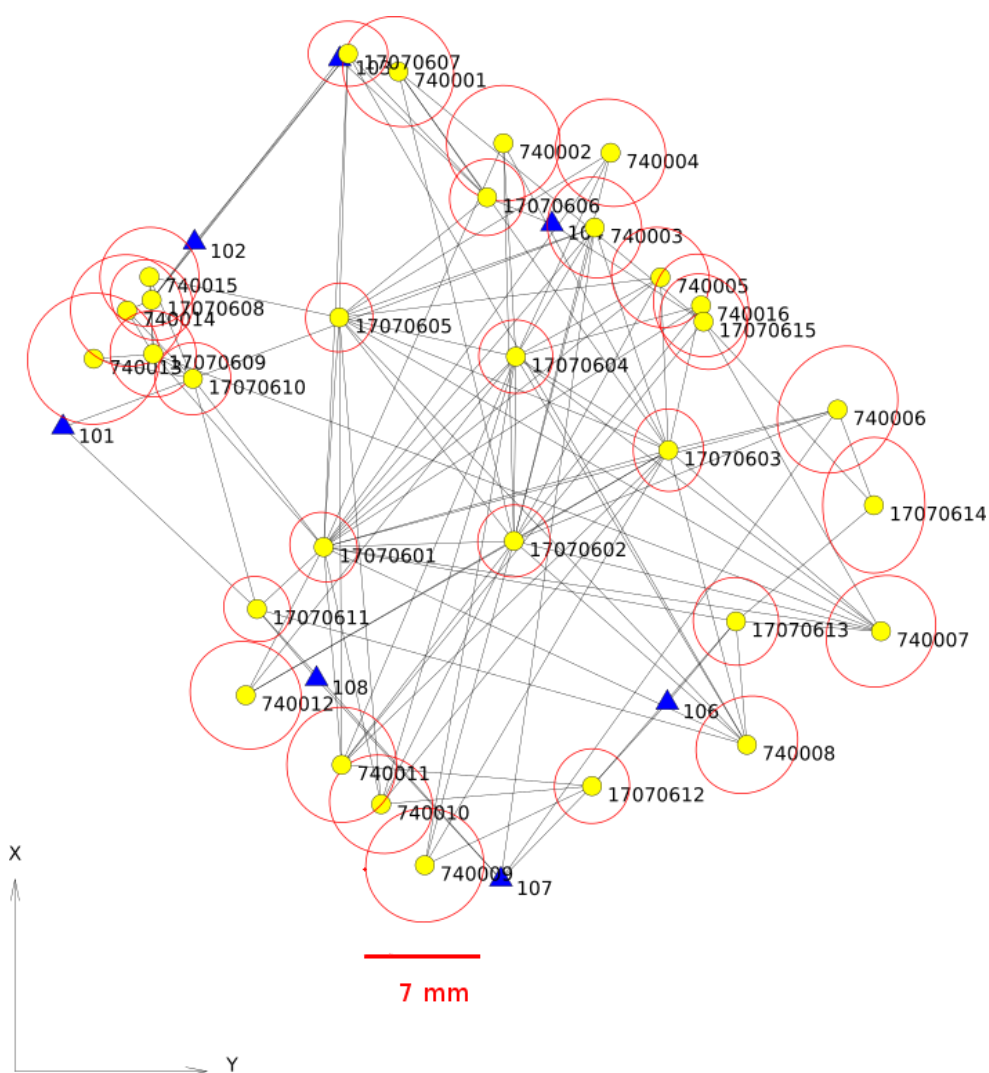


3.14. ábra Az irodaház hálózata

A méréseket mérőállomással végezzük, melynek iránymérési középhibája 1", távmérési középhibája 1 mm + 1.5 ppm. A fóliákat minimum két különböző műszerállásból is meghatározzuk, ügyelve arra, hogy a meghatározó irányok által

bezárt szög  $60^\circ$  körül legyen. A felmérési hálózat több pontját is bevonjuk a hálózatmérésbe (101-107). Célunk, hogy az építkezés során a fólia-pontokból levezetett szabadálláspontokról néhány milliméter megbízhatóságú kitűzéseket és ellenőrző beméréseket lehessen végezni. A hálózat meghatározása során azon elvet követjük, hogy az alappontok minél inkább illeszkedjenek az eredeti felmérési hálózathoz, ugyanakkor egy merev, kivitelezésre alkalmas alapponthálózat álljon elő végeredményként.

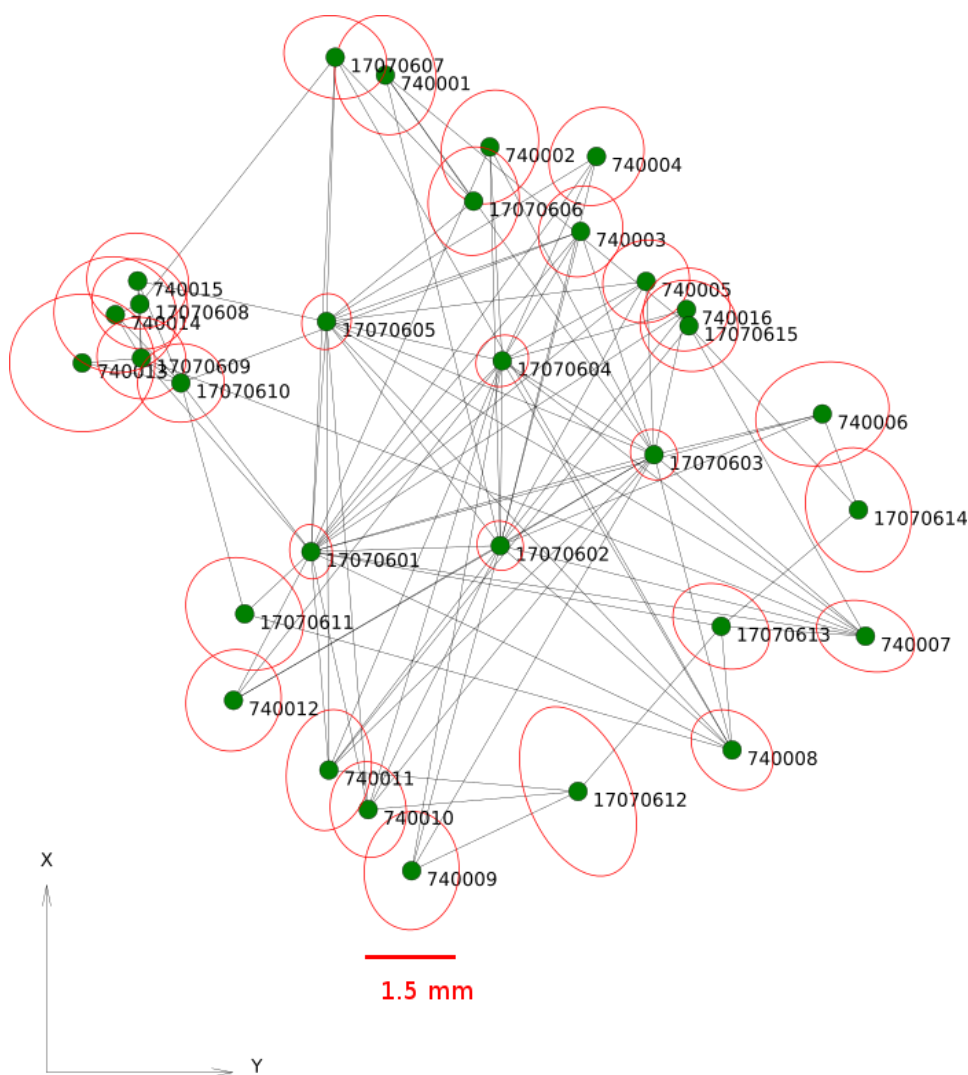
Első megoldásként felmerülhet bennünk, hogy a felmérési hálózat korábban meghatározott pontjait mint ismert pontokat vonjuk be a hálózatba. Ez a megoldás azonban problémás, ha a felmérési hálózatban az EOv vetületi síkon értelmezett koordinátákat használtak, illetve, ha azon pontok meghatározása során – a felmérési hálózatokban elfogadható – 1-2 cm-es középhibájú koordinátákkal dolgoztak. A vízszintes koordináták hibaellipsziseinek a nagytengelyei 2-4 mm lesz a beillesztett hálózatban (3.15 ábra).



3.15. ábra Beillesztett hálózat hibaellipszisei

A fenti megoldás helyett jobb eljárás az, ha szabad hálózatként egyenlítjük ki a felmérési hálózat pontjaival kiegészített hálózatot, majd a közös pontok felhasználásával transzformációt vezetünk le. Ezt a megoldást esetünkben azért nem célszerű alkalmazni, mert a felmérési hálózat pontjaira jóval kevesebb fölös méréssel rendelkezünk.

Ilyen esetben a jó gyakorlat az, hogy a kitűzési hálózathoz tartozó pontokat szabad hálózatként kiegyenlítjük, így remélhetőleg homogén és anizotróp hálózatot kapunk. Ezután a felmérési hálózat pontjait bekapcsoljuk a kitűzési hálózatba egyszerű pontkapcsolásokkal, vagy, ha van fölös mérés, akkor egyponthoz kiegyenlítésekkel, mivel a felmérési hálózat pontjait nem mértük össze. Végül a felmérési hálózat pontjaival kiegészített kitűzési hálózat és a felmérési hálózat között vezetünk le egy koordinátatranszformációt.



3.16. ábra Szabad hálózat kiegyenlítés hibaellipszisei

A veszített álláspontokból és a fóliával jelölt pontokból összeállított szabad hálózatban, négy durvahibás mérés (17070603-17070601 irány, 17070612-17070613 irány, 17070613-740007 távolság, 17070603-17070602 irány) kihagyása után az átlagos ponthiba 1 mm (3.16 ábra). A felmérési hálózat pontjait rögzített pontként hozzáadva a kiegyenlítéshez az átlagos ponthiba 4 mm-re növekedik csak, pedig a felmérési hálózat pontjainak vízszintes koordinátáit RTK GNSS technológiával határozták meg. Ez abból következik, hogy a legkisebb négyzetek módszere az egész hálózatra „szétkeni” az ellentmondásokat.

A beillesztett hálózatos megoldást elvetve, folytassuk a feldolgozást a szabad hálózattal. Például a GeoEasy-ben pontkapcsolási módszerekkel számoljuk ki a szabadhálózat koordináta-rendszerében a felmérési hálózat pontjainak a koordinátáit, majd ezután a felmérési hálózat pontjainak eredeti koordinátái alapján vezessünk le egy transzformációt a két rendszerünk között (3.4 lista).

A transzformáció eredménye azt mutatja, hogy a két hálózat között nincs elfordulás és méretarány különbség, de több centiméteres elcsúszás van közöttük. A transzformáció maradék ellentmondásainak átlaga (RMS) 2.6 cm.

$Y = -0.029 + y * 1.000076636 - x * 0.000001857$ $X = -0.059 + y * 0.000001857 + x * 1.000076636$							
Méretarány = 1.000076636 Elfordulás = 0-00-00							
Pontszám	y	x	Y	X	dY	dX	dt
101	378.113	708.831	378.120	708.810	-0.008	0.018	
0.019							
102	417.068	763.462	417.060	763.490	0.010	-0.028	
0.030							
103	460.034	817.748	460.050	817.730	-0.011	0.023	
0.025							
104	522.893	768.909	522.910	768.930	-0.007	-0.020	
0.021							
105	652.259	671.934	652.250	671.940	0.029	-0.012	
0.032							
106	557.018	627.290	557.060	627.260	-0.029	0.021	
0.036							
107	507.779	574.999	507.790	574.970	-0.002	0.015	
0.015							
108	453.204	634.343	453.190	634.350	0.019	-0.016	
0.025							
RMS= 0.026							

3.4. lista Koordinátatranszformáció eredménye



### 3.6.2. Trigonometriai magassági hálózat

A fenti mérésekből a pontok (fóliák) magassági meghatározására a korábban már ismertetett indokok miatt külön lépésben kerül sor.

Ahogy a vízszintes, úgy a magassági meghatározásnál is illeszkedni kívánunk a felmérés rendszeréhez, ezért mindenekelőtt a felmérési hálózat földi pontjainak magassági ellenőrzésére került sor oda-vissza történő vonalszintezéssel, a pontok – magassági csapok között vezetett – vonalba foglalásával, ahol a poligonzáróhiba 0.2 mm-nek adódott 850 méter hosszön. A pontok magasságát ezután a 3.1 fejezetben leírt módon megváltoztattuk, ezáltal azok a kitűzési hálózattal szemben támasztott pontossági igényeket is kielégítik.

A fóliák magasságát magassági kiegyenlítéssel számítjuk, a szintezéssel levezetett magasságú felmérési alappontokat (a 107-es pontnál a példában a 107M számú pontot) adottként tekintve. (Természetesen, míg a műszerállások összemérése automata irányzással, prizmára történik, addig a fóliák irányzását a műszer kezelője végzi. A számítás során ez figyelembe vehető más-más *a priori* középhibák alkalmazásával, a jelen példában ettől eltekintünk.)

A magassági meghatározás is végezhető transzformáció alkalmazásával: ekkor először a mérőállomással végzett méréseinket szabad hálózatként számítjuk, majd a közös pontok felhasználásával, magassági transzformációval (lényegében egy konstans értékkel történő „eltolással”) a kiegyenlített magassági értékeket a szintezett magasságokhoz illesztjük. A 3.12 táblázat a két módszerrel történő számítás eredményét mutatja, illetve veti össze.

A 3.12 táblázatban vastagon, dőlttel kiemelt értékek (101-108 sz. pontoknál) a szintezésből származó magasságok, melyek a trigonometriai mérések kiegyenlítése során adott pontként szerepeltek, alattuk az ebből a kiegyenlítésből kapott magasságok láthatók. A következő oszlop tartalmazza a második módszerrel származtatott magasságokat: ekkor az egyik tetszés szerinti (itt a 740001 sz.) pont magasságát vesszük pl. 100.000-nak, a többi ehhez a kiinduláshoz felvett, fiktív értékhez képest egyenlítjük ki minden egyéb megkötés nélkül. Ezt követően képezzük a szintezett és a szabad magassági hálózathoz nyert magasságok különbségét, majd ezek átlagát, végül ellenőrzésül ezeknek az átlagtól való eltérését. Utóbbiból látható, hogy a 108-as pontnál tapasztalható egy nagyságrenddel nagyobb eltérés a többihez képest, vagyis a két mérés (a szintezés és a trigonometriai magasságmérés) között itt jelentkezik érzékelhető ellentmondás. Mivel nem durvahiba, a kötött hálózatszámítás esetén a kiegyenlítés „elkeni”, a másik esetben pedig – mivel 7 másik közös pont is rendelkezésünkre áll – az átlag képzését nagyban nem befolyásolja. A szabad

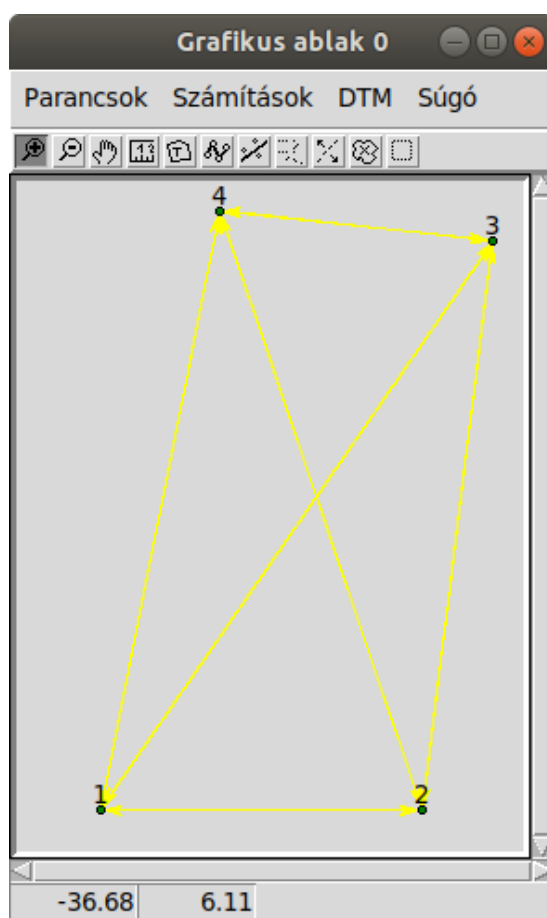
hálózatkiegyenlítésből származó magasságainkat az átlagértékkel módosítva kapjuk a végleges magasságokat. A két módszerrel levezetett magasságok között mm alatti eltérés tapasztalható. Ebből látszik, hogy elviekben mindkét eljárás helyes, ugyanakkor az ilyen mértékű és jellegű hibák kiszűrésére és kiküszöbölésére a második eljárás alkalmasabb.

3.12. táblázat Eredmények összehasonlítása

Pont-szám	Jelleg	Magasság		Szintezett és szabad hálózat magasságának különbsége [m]	Átlagtól vett eltérés [m]	Szabad hálózat magassága az átlagértékkel növelve [m]	Kötött és transzformált magasság-különbsége [m]
		kötött	szabad				
		hálózatból [m]					
101	Hilti	<b>116.3998</b>	88.9449	27.4549	0.0007		
102	Hilti	<b>116.2614</b>	88.8081	27.4534	-0.0009		
103	Hilti	<b>115.8652</b>	88.4114	27.4538	-0.0005		
104	Hilti	<b>115.5480</b>	88.0943	27.4537	-0.0005		
105	Hilti	<b>115.0792</b>	87.6266	27.4526	-0.0016		
106	Hilti	<b>115.9563</b>	88.5036	27.4527	-0.0015		
107M	Hilti	<b>117.7222</b>	90.2683	27.4539	-0.0003		
108	Hilti	<b>116.9210</b>	89.4621	27.4590	0.0047		
740001	Fólia	127.4541	100.0002			127.4545	-0.0004
740002	Fólia	129.2775	101.8235	Átlag:		129.2778	-0.0003
740003	Fólia	128.9839	101.5299	<b>27.4543</b>		128.9841	-0.0003
740004	Fólia	142.5739	115.1199			142.5741	-0.0002
740005	Fólia	124.6101	97.1561			124.6104	-0.0003
740006	Fólia	128.2482	100.7942			128.2484	-0.0003
740007	Fólia	140.5750	113.1211			140.5754	-0.0004
740008	Fólia	137.4055	109.9516			137.4058	-0.0003
740009	Fólia	141.6946	114.2406			141.6948	-0.0002
740010	Fólia	139.9751	112.5211			139.9753	-0.0002
740011	Fólia	140.2532	112.7992			140.2534	-0.0003
740012	Fólia	141.6050	114.1510			141.6053	-0.0002
740013	Fólia	120.1743	92.7199			120.1741	0.0002
740014	Fólia	120.1191	92.6649			120.1192	0.0000
740015	Fólia	119.9145	92.4603			119.9146	-0.0001
740016	Fólia	119.0420	91.5881			119.0423	-0.0003
17070601	vesztett	123.3946	95.9405			123.3948	-0.0002
17070602	vesztett	118.3691	90.9152			118.3694	-0.0003
17070603	vesztett	117.9442	90.4902			117.9444	-0.0003
17070604	vesztett	118.1922	90.7382			118.1924	-0.0003
17070605	vesztett	117.8625	90.4086			117.8628	-0.0003
17070606	vesztett	117.2840	89.8302			117.2845	-0.0005
17070607	vesztett	117.7029	90.2492			117.7034	-0.0005
17070608	vesztett	118.0478	90.5940			118.0482	-0.0004
17070609	vesztett	118.0985	90.6443			118.0986	0.0000
17070610	vesztett	118.6030	91.1484			118.6027	0.0003
17070611	vesztett	118.3689	90.9134			118.3677	0.0013
17070612	vesztett	117.9674	90.5133			117.9676	-0.0002
17070613	vesztett	117.2735	89.8198			117.2741	-0.0006
17070614	vesztett	116.8410	89.3876			116.8418	-0.0008
17070615	vesztett	116.9440	89.4903			116.9446	-0.0005

### 3.7. Híd-felújításhoz kialakított négy pontos hálózat

Egy híd felújításához készült négy pontból álló vízszintes hálózat (3.17 ábra) meghatározása során a méréseinket 2" iránymérési és 2 mm + 2 ppm távmérési középhibájú mérőállomással végeztük, két fordulóban. Két pont a folyó bal partján, a másik két pont a folyó jobb partján helyezkedik el. A hálózatban valamennyi irányt és távolságot mértük, az irányzások során a műszer automatikus prizmára állás funkcióját használtuk. A hálózat oldalhosszai 200 és 450 méter között változnak, így nincs szükség a rövid irányokra vonatkozó távolság-limit módosítására.



3.17. ábra A négy pontos hálózat

95% valószínűségi szinten a hálózatban durvahiba nem található. A kiegyenlítés utáni súlyegység középhibára vonatkozó  $\chi^2$  (khi négyzet) próba (3.5 lista) és az egyes mérési javításokra vonatkozó statisztikai próbák nem jeleztek durva hibát.

```

A kiegyenlítés általános jellemzői
*****

Koordináták          xyz    xy      z

Kiegyenlített       :      0      4      0
Kényszerített *    :      0      4      0
Rögzített           :      0      0      0
-----
Összesen            :      0      4      0

Írányok száma       : 24                      Írányszögek száma : 8
Távolságok száma: 24
Összes mérés        : 48

Egyenletek száma: 48                      Ismeretlenek száma:16
Szabadságfok        : 35                   Hálózati defektus : 3

m0  apriori          : 1.00
m0' aposteriori      : 0.79                  [pvv] : 2.15906e+01

Statisztikai analízis

- aposteriori középhiba 0.79
- konfidencia szint 95 %

m0' aposteriori / m0 apriori: 0.785
95 % intervallum (0.767, 1.233) m0'/m0 értéket tartalmazza
m0'/m0 (távolság): 0.841    m0'/m0 (irány): 0.718

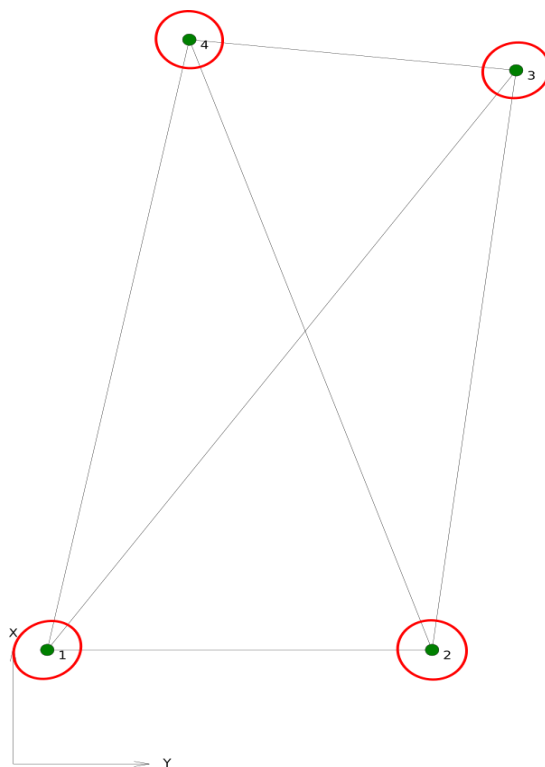
Egy mérés elhagyásával elérhető maximális csökkenés az m0''/m0 értékben:
0.756

Maximális studentizált javítás 1.87 nem éri el a kritikus értéket 1.95
szignifikancia szint: 5 % észlelés: #26
<distance from="3" to="1" val="455.693" stdev="2.1" />

```

### 3.5. lista A hálózat általános jellemzői

A feldolgozás eredményeképpen homogén és anizotróp hálózatot kaptunk, valamennyi koordináta középhiba 0.3 mm (3.18 ábra és 3.6 lista).



3.18. ábra Hibaellipszisek

Kiegyenlített koordináták						
*****						
i	pont	előzetes	javítás	kiegy. köz.hib	konf.i.	
=====		érték	=====	=====	=====	=====
			[m]	érték	[mm]	===
1						
1	X *	0.00000	-0.00238	-0.00238	0.3	0.6
2	Y *	0.00000	-0.00090	-0.00090	0.3	0.6
2						
3	X *	0.00000	-0.00394	-0.00394	0.3	0.6
4	Y *	211.70400	0.00015	211.70415	0.3	0.6
3						
5	X *	375.64400	0.00349	375.64749	0.3	0.6
6	Y *	257.96400	0.00033	257.96433	0.3	0.6
4						
7	X *	395.50000	0.00283	395.50283	0.3	0.6
8	Y *	78.14800	0.00042	78.14842	0.3	0.6

3.6. lista Kiegyenlített koordináták és középhibák

Vizsgáljuk meg, hogy a két fordulóban végzett mérés mennyivel javította a pont középhibákat. Ennek kipróbálásához a mérési jegyzőkönyvből töröltük a mérések második fordulót. A pont középhibák 0.4--0.5 mm-re növekednek, ami csak egy-két tized milliméter változás, de százalékosan elég nagy a különbség (33-66% növekedés).

## Ajánlott irodalom

---

Busics György: A kiegyenlítő számítás alkalmazásának szükségességéről az alappontsűrítésben

GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK XVIII:(2) pp. 7-14. (2015)

Busics György: Geodéziai hálózatok

Székesfehérvár: Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar, 2010. 185 p.

Detrekői Ákos: Kiegyenlítő számítások

Tankönyvkiadó, Budapest 1991

Varga József: Vetülettan

Műegyetemi Kiadó, Budapest 1997

TPS1200 Check & Adjust

Leica System 1200 Newsletter – No. 34

Ales Cepek: The GNU GaMa Project – Adjustment of Geodetic Networks

Acta Polytechnica Vol. 42 No. 3/2002

Siki Zoltán: GeoEasy an open source project for surveying calculation

DOI: <https://doi.org/10.14311/gi.17.2.1>

M.2 Mérnökgeodéziai tervezési segédlet

[http://mmk-ggt.hu/m2/M2\\_2011\\_06\\_12.pdf](http://mmk-ggt.hu/m2/M2_2011_06_12.pdf)

GNU Gama 2.0 honlap (2018.09.28.)

<https://www.gnu.org/software/gama/manual/gama.html>

GeoEasy 3 honlap (2018.09.28.)

<https://github.com/zsiki/GeoEasy> illetve [http://digikom.hu/szoftver/geo\\_easy.html](http://digikom.hu/szoftver/geo_easy.html)

Mérnökgeodézia konferenciák előadás anyagai (2018.10.02.)

<http://www.mmk-ggt.hu/konferenciak>

Bácsatyi László: Matematikai geodéziai számítások 8., Szintezési hálózatkiegyenlítése (2010)

[https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027\\_MGS8/adatok.html](https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027_MGS8/adatok.html)

Závoti József: Matematikai statisztikai elemzések 4., Hipotézisvizsgálat: alapfogalmak, egymintás és kétmintás próbák. Illeszkedés- és függetlenségvizsgálat (2010)

[https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027\\_MSTE4/adatok.html](https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0027_MSTE4/adatok.html)

### M1 Szintezési műszer kalibrálási jegyzőkönyv



**GEOKOMP KFT.**  
1107 Budapest, Mázsa u.9.  
Tel/Fax: 262-3279

A NAT által  
**NAT-2-0178 / 2011**  
Számunkkal akkreditált  
Kalibráló laboratórium  
Kalibrálási Bizonyítvány száma:  
**GK-7401 - 6962 / 2013**  
1/2. oldal

#### BIZONYÍTVÁNY DIGITÁLIS SZINTEZŐMŰSZER KALIBRÁLÁSÁRÓL

A kalibrált mérőeszköz:

Típusa, gyártmánya:

Gyártási száma:

A kalibrálás helye:

A kalibrálás ideje:

A megrendelő neve és címe:

**LEICA DNA03**

**338973**

**GEOKOMP Kft. telephelye**

**(1107 Budapest, X. Mázsa u. 9.)**

**2013.11.06**

**BME. ÁLTALÁNOS ÉS  
FELSŐGEODÉZIA TANSZÉK**

**1111. BUDAPEST  
Műgyetem rkp.3.**

A kalibrálás módja:

A **LEICA DNA03** típusú, **338973** gyári számú digitális szintezőműszer kalibrálása telepített optikai eszközökre (fix és mobil kollimátorok), illetve kialakított etalonnak tekintett távolságokon, a gyakorlati méréseknek megfelelő geodéziai eljárásokkal az atmoszférikus korrekció alkalmazásával laboratóriumban a Szin-060515 kalibrálási eljárás szerint történt.

Az alkalmazott eszközök:

Megnevezés	Gyártó	Típus	Gyári szám	Bizonyítványszám
Mérővonal	GEOKOMP	-	GK-SZP-01	HUNGEOD-2/2012
Hőmérő	Testo	925	GM295 14 770	MK-17/2012
Légnyomásmérő	CCCP	M67	2644	N11590/2012
Üveg mérőléc	LEICA	-	-	21702-02/10
Kollimátor	MOM-ZEISS	-	-	-

A kalibrálás körülményei:

A méréseket 20 °C – on, 750 Hgmm légnyomás mellett, laboratóriumi környezetben végeztük.

A laboratórium kalibrálás mérési képessége az a priori középhiba meghatározásánál: 0,14 mm

A kalibrálás eredménye:

A műszer alkatrészei funkciójuk szerint megfelelően működnek.

A szintezőműszer álló részének stabilitása kielégítő.

A kompenzátor hibája az állótengely különböző irányú és nagyságú döntésénél 2,5m-en mérve – optikai leolvasásnál [mm]	0,00
A kompenzátor hibája az állótengely különböző irányú és nagyságú döntésénél 2,5m-en mérve – elektronikus leolvasásnál [mm]	0,05

Jelen bizonyítvány csak teljes formájában érvényes és másolható!



**GEOKOMP KFT.**  
1107 Budapest, Mázsza u.9.  
Tel/Fax: 262-3279

A NAT által  
**NAT-2-0178 / 2011**  
Számon akkreditált  
Kalibráló laboratórium  
Kalibrálási Bizonyítvány száma:  
**GK-7401 - 6962 / 2013**  
2/2. oldal

Mérések	Mérés eredménye [mm]: Optikai / elektronikus leolvasás		Eredő mérési bizonytalanság [mm]: Optikai / elektronikus leolvasás		A számításnál figyelembe vett adatok száma:
Egyenlőtlen léctávolságokon mért adatok szórása: S=	0,77	0,48	---		22
Egyenlő léctávolságokon mért a priori középhiba (m1km o-v):	0,84	0,04	0,43	0,14	14

A kalibrálás eredménye visszavezetett az országos etalonra.

A közölt kiterjesztett mérési bizonytalanság a standard bizonytalanság  $k = 2$  - vel szorzott értéke, ami normális eloszlás esetén közelítőleg 95 % - os fedési valószínűségnek felel meg. A standard bizonytalanság meghatározása az EA - 4/02 kiadványnak megfelelően történt.

**Minősítés:**



**Minősített**



**Nem minősített**

A gyári specifikációban feltüntetett adatok alapján a kalibrált mérőeszköz:



**Megfelelő**



**Nem minősíthető**



**Nem megfelelő**

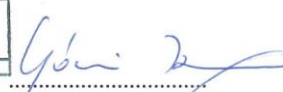
A mérési pontosság értékek megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

A bizonyítvány kiadható.

Budapest, 2013.11.06

  
.....  
Rátkai László  
Laboratóriumvezető



  
.....  
Gálóczi István  
kalibráló

**A kalibrálás javasolt ciklusideje: 12 hónap.**  
(A kalibrálás gyakoriságát minden esetben a megrendelő határozza meg!)

Jelen bizonyítvány csak teljes formájában érvényes és másolható!



## M2.1 Mérőállomás kalibrálási jegyzőkönyv

GEOSET KFT., Kalibráló Laboratórium  
7622 Pécs, Diófa u.3.  
Tel/Fax : 72/513-951

Kalibrálási Bizonyítvány száma:

16/256

1/2 oldal

### BIZONYÍTVÁNY TEODOLIT KALIBRÁLÁSÁRÓL

A mérőeszköz gyártmánya, típusa	:	SPECTRA FOCUS 6W
A mérőeszköz gyártási száma	:	B900807
A kalibrálás helye	:	Geoset Kft. telephelye Pécs, Diófa u.3.
A kalibrálás időpontja	:	2016.08.04
A megrendelő neve és címe	:	GPSCOM KFT. 1135 BUDAPEST, FRANGEPÁN u.84/B.

#### A vizsgálat módja:

A teodolit vizsgálata speciális mérőberendezésekkel, a KE-TEOD eljárásában megfogalmazottaknak megfelelően laboratóriumban történt.

A mérések során alkalmazott etalon: a kör (360 fok)

A mérési pontosság megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

Pécs, 2016.08.04

A kalibrálást végezte:

A bizonyítvány kiadható

	
Várnai Tamás	Név: Soltész János
	Beosztás: Laboratórium vezető

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható !

GEOSET KFT., Kalibráló Laboratórium  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel/Fax : 72/513-951

Kalibrálási Bizonyítvány száma: 16/256  
2/2 oldal

**Az ellenőrzés eredménye**

Alkatrész megnevezése	Megfelelő		További megjegyzések, észrevételek:
	igen	nem	
Talpcsavarok	X		
Kötő- és paránycsavarok	X		
Képelesség beállítás	X		
Optikai elemek	X		
Dioptra	X		
Külső megjelenés	X		
Libellák	X		
Okulár	X		
Állótengely, fekvőtengely	X		
Szállkereszt	X		
Leolvasó mikroszkóp			
Optikai mikrométer			
Lemezrugó	X		
Talplemez	X		
Kijelző	X		
Billentyűzet	X		
Adat és tápfeszültség csatlakozó	X		
Optikai vetítő	X		
Indexlibella v. -kompenzátor	X		

**A kalibrálás eredménye**

	Érték	Kiterjesztett mérési bizonytalanság
Kollimáció hiba	0,1"	+/- 2,3"
A magassági szögmérés pontossága	0,3"	+/- 2,8"
A vízszintes szögmérés pontossága	-0,8"	+/- 4,6"

A közölt kiterjesztett mérési bizonytalanság a standard mérési bizonytalanság  $k=2$ -vel szorzott értéke, amely normális eloszlás esetén közelítőleg 95%-os konfidencia-szintnek felel meg. A standard bizonytalanság meghatározása az EA-4/02 kiadványnak megfelelően történt.

**Vízszintes szögmérés**

	Mért szögek	Összeg	diff.
1. sorozat	180-00-02,0		
	159-14-43,0	359-59-59,5	-0,5"
	20-45-14,5		
2. sorozat	179-59-59,0		
	159-14-37,0	359-59-59,0	-1,0"
	20-45-23,0		
3. sorozat	180-00-00,0		
	159-14-39,5	360-00-00,0	0,0"
	20-45-20,5		
4. sorozat	179-59-59,5		
	159-14-39,0	359-59-58,5	-1,5"
	20-45-20,0		

**Magassági szögmérés**

I. távcsóáll.	II. távcsóáll.	Indexhiba
58-21-30,0	301-38-29,0	-0,5"
90-00-01,0	269-59-58,0	-0,5"
122-28-24,0	237-31-36,0	0,0"
58-21-26,0	301-38-38,0	2,0"
90-00-01,0	269-59-57,0	-1,0"
122-28-23,0	237-31-38,0	0,5"
58-21-28,0	301-38-34,0	1,0"
90-00-03,0	269-59-57,0	0,0"
122-28-25,0	237-31-37,0	1,0"

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható !

GEOSET KFT., Kalibráló Laboratórium  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel.: 72/513-951

Kalibrálási Bizonyítvány száma:

16/257  
1/3 oldal

## BIZONYÍTVÁNY TÁVMÉRŐ MŰSZER KALIBRÁLÁSÁRÓL

A mérőeszköz gyártmánya, típusa : SPECTRA FOCUS 6W  
A mérőeszköz gyártási száma : B900807  
A kalibrálás helye : Geoset Kft. telephelye  
7622 Pécs, Diófa u.3.  
A kalibrálás időpontja : 2016.08.04  
A megrendelő neve és címe : GPSCOM KFT.  
1135 BUDAPEST, FRANGEPÁN u.84/B.

### A vizsgálat módja:

A műszer vizsgálata speciális mérőberendezésekkel, a KE-TAVM eljárásban megfogalmazottaknak megfelelően laboratóriumban történt.

A kalibráláshoz alkalmazott használati etalonok visszavezethetősége a nemzeti etalonra biztosított.

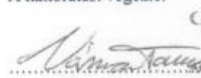
A mérésekhez a laboratórium következő eszközeit használtuk:

Megnevezés	Kalibrálási bizonyítvány száma
Testo digitális hőmérő	H29107
Passero barométer	N06061


A mérési pontosság megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

Pécs, 2016.08.04

A kalibrálást végezte:

  
Várnai Tamás  
GEOSET KFT.  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel./Fax: 72/513-955  
E-mail: 11005047-2-02

A bizonyítvány kiadható

  
Név: Soltész János  
Beosztás: Laboratórium vezető

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható!

GEOSET KFT., Kalibráló Laboratórium  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel.: 72/513-951

Kalibrálási Bizonyítvány száma:

16/257  
1/3 oldal

**BIZONYÍTVÁNY  
TÁVMÉRŐ MŰSZER  
KALIBRÁLÁSÁRÓL**

A mérőeszköz gyártmánya, tipusa : SPECTRA FOCUS 6W  
A mérőeszköz gyártási száma : B900807  
A kalibrálás helye : Geoset Kft. telephelye  
7622 Pécs, Diófa u.3.  
A kalibrálás időpontja : 2016.08.04  
A megrendelő neve és címe : GPSCOM KFT.  
1135 BUDAPEST, FRANGEPÁN u.84/B.

**A vizsgálat módja:**

A műszer vizsgálata speciális mérőberendezésekkel, a KE-TAVM eljárásban megfogalmazottaknak megfelelően laboratóriumban történt.

A kalibráláshoz alkalmazott használati etalonok visszavezethetősége a nemzeti etalonra biztosított.

A mérésekhez a laboratórium következő eszközeit használtuk:


Megnevezés	Kalibrálási bizonyítvány száma
Testo digitális hőmérő	H29107
Passero barométer	N06061

A mérési pontosság megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

Pécs, 2016.08.04

A kalibrálást végezte:

A bizonyítvány kiadható

  
Várnai Tamás  
GEOSET KFT.  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel./Fax: 72/513-955  
E-mail: 11005047-2-02

Név: Soltész János

Beosztás: Laboratórium vezető

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható!

SOKKIA KFT., Kalibráló Laboratórium  
7622 Pécs, Diófa u. 3.  
Tel.: 72/513-951

Kalibrálási Bizonyítvány száma: 16/257  
2/3 oldal

Az ellenőrzés eredménye

Alkatrész megnevezése	Megfelelő		További megjegyzések, észrevételek:
	igen	nem	
Kötő- és paránycsavar	X		
Optikai elemek	X		
Dioptra	X		
Külső megjelenés	X		
Kijelző	X		
Billentyűzet	X		
Adat és tápfesz. csatlakozó	X		
Irányvonalak párhuzamossága			

A kalibrálás eredménye

A mérési adatokat és azok elemzését a Kalibrálási Bizonyítvány 3. lapját képező "Checking report" tartalmazza.

Alapvonal jele	Névleges hossz (m) <i>N. Dist (m)</i>	Mérési eredmény (m) <i>Result (m)</i>	Eltérés (mm) <i>Dif (mm)</i>	Kiterjesztett m. bizonytalanság <i>U<sub>e</sub> (mm)</i>
P1	8,7053	8,7041	-1,2	+/- 2,1
P2	34,5961	34,5965	0,4	+/- 2,1
P3	47,0979	47,0981	0,2	+/- 2,2
P4	156,8324	156,8313	-1,1	+/- 2,8
P5	293,5280	293,5270	-1,0	+/- 3,9
P6	500,0970	---	---	---
P7	1505,2207	1505,2216	0,9	+/- 5,5

A közölt kiterjesztett mérési bizonytalanság a standard mérési bizonytalanság  $k=2$ -vel szorzott értéke, amely normális eloszlás esetén közelítőleg 95%-os konfidencia-szintnek felel meg. A standard bizonytalanság meghatározása az EA-4/02 kiadványnak megfelelően történt.

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható !

Jelen bizonyítvány csak teljes terjedelmében érvényes, és másolható !

# 3/3 OLDAL SOKKIA CHECKING REPORT

Date - 2016/8/4(Thu) Time - 6.37 Base Name - alap1

Model : FOCUS 6W	Press.: 1002 mb	Report No.: 2375
Serial No.: B900807	Temp.: 26.5 C deg	Weather : Fine
MC : PC : -30 mm	Atm. cor.: 13.7 mm/lkm	Operator : Várnai Tamás

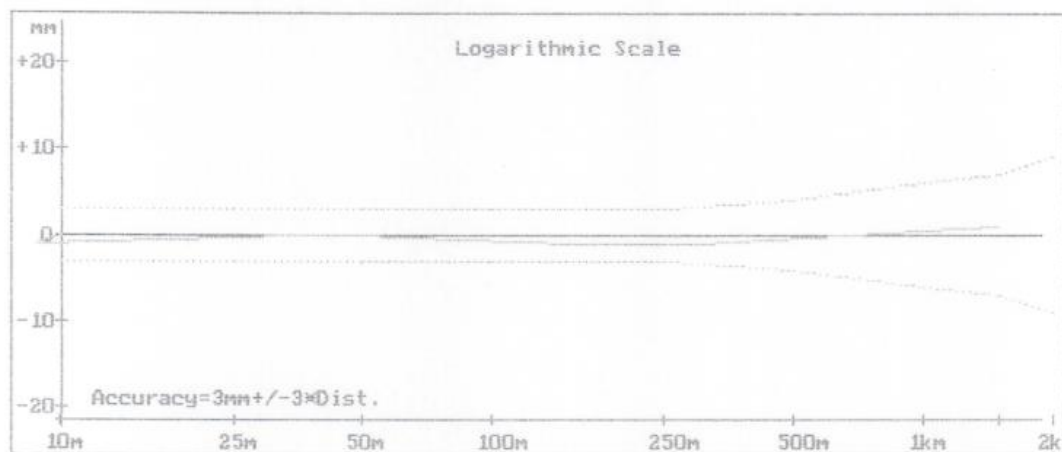
## Baseline Data

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8.704	.704	.704	.704	.704	.704	.704	.704	.704	.704
2	34.596	.596	.596	.596	.596	.596	.596	.596	.596	.596
3	47.097	.097	.098	.098	.097	.097	.097	.098	.098	.098
4	156.830	.829	.829	.829	.829	.830	.829	.829	.829	.829
5	293.523	.523	.523	.523	.523	.523	.523	.523	.523	.523
7	1505.201	.201	.201	.201	.201	.201	.201	.201	.201	.201

## Baseline Results

	N.Dist(m)	Average(m)	B=AC*D(mm)	B=Result (m)	Dif(mm)	B Toler.	B=S.D(mm)
1	8.7053	8.7040	0.1	8.7041	-1.2	1n	0.00
2	34.5960	34.5960	0.5	34.5965	0.4	1n	0.00
3	47.0980	47.0975	0.6	47.0981	0.2	1n	0.53
4	156.8324	156.8292	2.1	156.8313	-1.1	1n	0.42
5	293.5280	293.5230	4.0	293.5270	-1.0	1n	0.00
7	1505.2207	1505.2010	20.6	1505.2216	0.9	1n	0.00

## Baseline Graphics



Operator Sign *Várnai Tamás*



## M2.2 Mérőállomás kalibrálási jegyzőkönyv



**GEOKOMP KFT.**  
1107 Budapest, Mázsza u.9.  
Tel/Fax: 262-3279

A NAT által  
*NAT-2-0178 / 2011*  
Számon akkreditált  
Kalibráló laboratórium  
Kalibrálási Bizonyítvány száma:

2/2. oldal

A fekvőtengely ferdeség legnagyobb értéke [ ° ]	-5,00
A magassági index hibája 3 m távolságon mérve [ mm ]	0,10
Az optikai függőleges legnagyobb hibája [ mm ]:	---

Mérések	átlaga	szórása	Eredő mérési bizonytalanság:	A számításnál figyelembe vett adatok száma:
Magassági szögmérés [ ° ]: (indexhiba mérés)	0,28	0,26	0,66	9,00
Vízszintes szögmérés [ ° ]: (kollimáció mérés)	-0,1	0,10	0,47	12,00
Táv mérés [ mm ]:	1,1	0,30	1,90	10,00

A kalibrálás eredménye visszavezetett az országos etalonra.  
A közölt kiterjesztett mérési bizonytalanság a standard bizonytalanság  $k = 2$  - vel szorzott értéke, ami normális eloszlás esetén közelítőleg 95 % - os fedési valószínűségnek felel meg.  
A standard bizonytalanság meghatározása az EA - 4/02 kiadválynak megfelelően történt.

**Minősítés:**

☒  
**Minősített**

☐  
**Nem minősített**

A gyári specifikációban feltüntetett adatok alapján a kalibrált mérőeszköz:

☒  
**Megfelelő**

☐  
**Nem minősíthető**

☐  
**Nem megfelelő**

A mérési pontosság értékek megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

A bizonyítvány kiadható.

Budapest,

.....  
Rátkai László  
Laboratóriumvezető



.....  
Gálóczi István  
kalibráló

**A kalibrálás javasolt ciklusaideje: 12 hónap.**  
(A kalibrálás gyakoriságát minden esetben a megrendelő határozza meg!)

Jelen bizonyítvány csak teljes formájában érvényes és másolható!



**GEOKOMP KFT.**  
1107 Budapest, Mátyás u.9.  
Tel/Fax: 262-3279

A NAT által  
**NAT-2-0178 / 2011**  
Számon akkreditált  
Kalibráló laboratórium  
Kalibrálási Bizonyítvány száma:

2/2. oldal

A fekvőtengely ferdeség legnagyobb értéke [ ° ]	-5,00
A magassági index hibája 3 m távolságon mérve [ mm ]	0,10
Az optikai függőleges legnagyobb hibája [ mm ]:	---

Mérések	átlaga	szórása	Eredő mérési bizonytalanság:	A számításnál figyelembe vett adatok száma:
Magassági szög mérés [ ° ]: (indexhiba mérés)	0,28	0,26	0,66	9,00
Vízszintes szög mérés [ ° ]: (kollimáció mérés)	-0,1	0,10	0,47	12,00
Táv mérés [ mm ]:	1,1	0,30	1,90	10,00

A kalibrálás eredménye visszavezetett az országos etalonra.  
A közölt kiterjesztett mérési bizonytalanság a standard bizonytalanság  $k = 2$  - vel szorzott értéke, ami normális eloszlás esetén közelítőleg 95 % - os fedési valószínűségnek felel meg.  
A standard bizonytalanság meghatározása az EA - 4/02 kiadválynak megfelelően történt.

#### Minősítés:

☒  
**Minősített**

☐  
**Nem minősített**

A gyári specifikációban feltüntetett adatok alapján a kalibrált mérőeszköz:

☒  
**Megfelelő**

☐  
**Nem minősíthető**

☐  
**Nem megfelelő**

A mérési pontosság értékek megállapítása laboratóriumi körülmények között történt. A használat során a műszer pontosságát a környezet zavaró hatásai befolyásolják. Kedvező külső körülmények esetén hasonló mérési eredmények várhatók.

A bizonyítvány kiadható.

Budapest,

.....  
Rátkai László  
Laboratóriumvezető



.....  
Gálóczi István  
kalibráló

**A kalibrálás javasolt ciklusa: 12 hónap.**  
(A kalibrálás gyakoriságát minden esetben a megrendelő határozza meg!)

Jelen bizonyítvány csak teljes formájában érvényes és másolható!



## M3 Adatállományok összefoglaló listája

A szövegben bemutatott hálózatok mérési jegyzőkönyvei és előzetes koordinátái letölthetők a tagozat honlapjáról. Az alábbi táblázatban összefoglaljuk ezeket.

Állomány neve	Leírás
mg4.geo	Négy pontos mikrohálózat, műszerállványon kényszerközpontosítással 2. fejezet mintapéldája
felmeresi_szintezesi_halozat	3 pontos felmérési szintezési hálózat 3.1 fejezet példája
szintezesi_halozat.geo	Szabatos szintezési hálózat 3.2 fejezet példája
piller4.geo piller6.geo	Négy- illetve hatpontos alapponthálózat pilléreken, szélső pontosságú deformációvizsgálathoz 3.3 fejezet példája
irodahaz.geo	Kitűzési alapponthálózat fólia-prizmákkal és vesztett álláspontokkal 3.6 fejezet példája
hid4.geo	Híd-felújításhoz használt négy pontos kitűzési alappont-hálózat pilléreken 3.7 fejezet példája

## A sorozat keretében eddig megjelent kiadványok

### 2017.

1.	NÉMETH András, MILÁVECH Richárd	Iparban használatos vízminőségek
2.	DR. SZILÁGYI Zsombor, DR. SZUNYOG István	Mérések a gáziparban
3.	DR. BARNÁ Lajos, EÖRDÖGHNÉ DR. MIKLÓS Mária, DR. SZÁNTHÓ Zoltán, DR. BALLA József	A biztonságos ivóvízellátás megteremtésének tervezési eszközei
4.	BORBÁS Lajos Dr.	Felépítés elvű (additív) gyártástechnológiák a gépészetben
5.	BERENCSI Miklós, BERECHY Ákos, HORVÁTH László, KOVÁCS Gergely, MIHÁLFY Krisztina	Kerékpárosbarát közlekedéstervezés
6.	TÜDŐS Tibor, DR. VARJÚ György, DR. PETRI Kornél, GÁBOR András	A csillagpontkezelés legújabb külföldi és hazai eredményei (Útmutató és tervezési segédlet)
7.	DR. GARBAI László, DR. JASPER Andor, VÁRADI András	Fűtési és használati melegvíz-igények kockázati elvű méretezése példákkal
8.	KÁDI Ottó, DOHÁNY Máté, JÓZSA Bálint, LÁSZLÓ Csaba Tibor, JAKKEL Ottó	A közúti vasutak (villamos) tervezésével kapcsolatos kézikönyv

### 2018.

9.	BLAZSOVSZKY László	A gázfogyasztó készülékek égéstermék elvezetésével kapcsolatos szabályozások hiányosságai és ellentmondásai
10.	CSORDÁS Szilveszter, FORGÁCS Lajos Dr., PÓLYA Endre ifj., RÉV Zoltán, UDVARDY Péter	Orvostechnológiai továbbképzés ismeretanyaga
11.	NÁDASDY Tamás, EGYHÁZY Zita, KOVÁCS Ákos Sándor, SZECSŐ Dániel Géza	A közúti biztonsági audit (KBA) jelentések elkészítésének alkalmazási segédlete – A közúti infrastruktúra közlekedésbiztonsági kezeléséről szóló jogszabályhoz és utógazdálkodási előírásokhoz kapcsolódó értelmezési, kidolgozási és elfogadtatási javaslatrendszer
12.	DR. SZILÁGYI Zsombor, HORÁNSZKY Beáta	Földgáz kereskedelem (mérnöki segédlet)
13.	DR. SZILÁGYI Zsombor	Az energiahordozók jövője – kőolaj, földgáz, megújulók
14.	S. VÍGH Judit, DOHÁNY Máté	Magános közlekedők baleseti súlyosságának csökkentése mobil applikáció segítségével
15.	DR. BALIKÓ Sándor, DR. CSÜRÖK Tibor, NOVÁK Dániel, ORBÁN Tibor, DR. ZSEBIK Albin	Ötletlapok I. – Energiahatékonyság növelő ötletek egyszerű energetikai és gazdasági számításai
16.	DARABOS Zoltán, KOLTAI Henrik, SZABÓ Tamás, SZÁSZ Béla, VAJDA Sándor	Felvonók felújítása és átalakítása – Műszaki segédlet
17.	TÜDŐS Tibor, KRUPPA Attila	Alapozásföldelők új tervezési elvei és kivitelezési módszerei – Tervezési segédlet és kivitelezési útmutató
18.	FENYVESI Zsolt	Tűzvédelmi tervek tartalmi szabályainak átdolgozása

- |     |  |   |
|-----|--|---|
| 19. | GÁBORI László Dr., BEINSCHRÓTH József Dr., NÓGRÁDI Gábor, RÁTKAY Tamás                         | Nagyméretű informatikai beruházásoknál (fejlesztéseknél) ajánlott szoftveroldali tervdokumentációk tartalmi elemeinek meghatározása (I. – II. kötet)                              |
| 20. | DR. DIVÓS Ferenc   | Az élő fák stabilitása – mérnöki megközelítés – Élő fák, mint teherhordó faszerkezetek  |
| 21. | DR. KARÁCSONYI Zsolt   | Faanyagok tartós szilárdsága  |
| 22. | BARNA Lajos Dr., ERDEI István, JASPER Andor Dr., TAKÁCS Gyula                                  | Segédlet épületek csatorna-berendezéseinek tervezéséhez   |
| 23. | ANTÓK Péter István, FÜZÉR Ferenc, SÁRKÖZI András   | Fényvezető kábelszakaszok műszaki-minőségi ajánlás gyűjteménye  |
| 24. | JANCSÓ Béla, DR. KULCSÁR Alexandra, NÉMETH Gábor, DR. VÍMI Zoltán, DÉRI Lajos, SZIMANDEL Dezső | Vízjogi engedélyezési eljárással kapcsolatos dokumentációk és engedélyeztetéssel kapcsolatos követelmények a 2018.01.01-én hatályba lépett 41/2017. (XII.29.) BM rendelet alapján |